Lesen und Verstehen

Bei einer Umfrage wurden 23 Familien nach der Anzahl ihrer Kinder gefragt.
Die Tabelle unten zeigt die entsprechenden Häufigkeiten.
Außerdem wurden alle Werte bestimmt, die man für ein Kreisdiagramm benötigt.

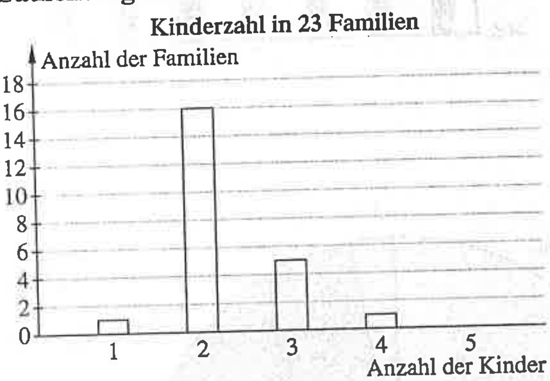
Die **relative Häufigkeit** berechnet sich als $\frac{\text{absolute Häufigkeit}}{\text{Gesamtzahl}}$.

Sie kann als Bruch oder in Prozentschreibweise angegeben werden.
Für die Berechnung der **Winkelgröße** gilt:

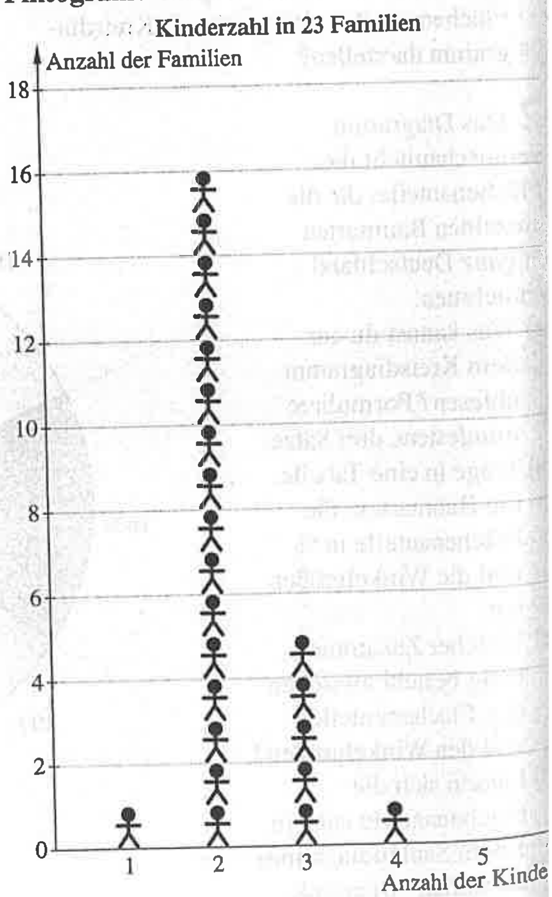
$$\text{Winkelgröße} \xrightarrow{:3{,}6} \text{relative Häufigkeit (in \%)} \xrightarrow{\cdot 3{,}6} \text{Winkelgröße}$$

Kinderzahl	absolute Häufigkeit	relative Häufigkeit	Winkelgröße
1	1	$\frac{1}{23} \approx 4{,}35\,\%$	16°
2	16	$\frac{16}{23} \approx 69{,}6\,\%$	250°
3	5	$\frac{5}{23} \approx 21{,}7\,\%$	78°
4	1	$\frac{1}{23} \approx 4{,}35\,\%$	16°
5	0	$\frac{0}{23} = 0\,\%$	0°

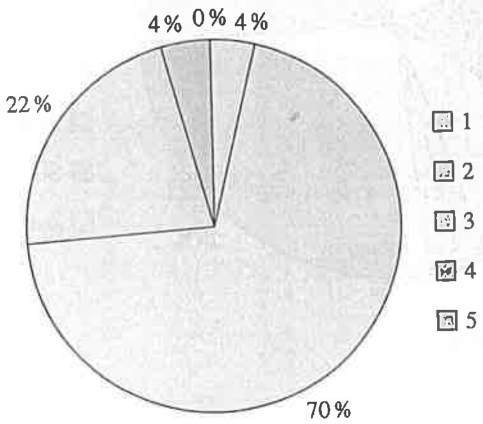
Säulendiagramm



Piktogramm



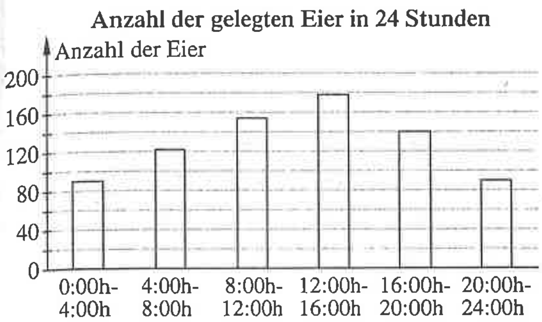
Kreisdiagramm



BEACHTE
Für eine Darstellung im Kreisdiagramm sind nur Daten geeignet, die sich zu 100 % ergänzen.

Basisaufgaben

1 Das Säulendiagramm zeigt, wie viele Eier innerhalb von 24 Stunden auf einer Hühnerfarm gelegt wurden.

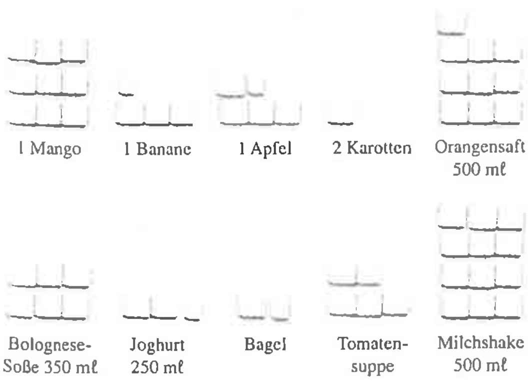


a) Erstelle daraus eine Tabelle.
b) Wie viele Eier wurden zwischen 12 und 20 Uhr gelegt?
c) Wie viele Eier wurden insgesamt gelegt?
d) Wie viele Eier wurden bis 12 Uhr gelegt?

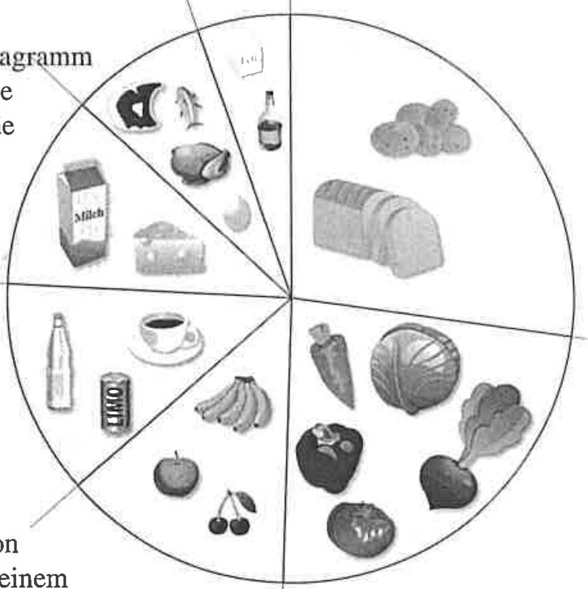
2 Die Tabelle zeigt die Zusammensetzung eines Hühnereis in Gewichtsanteilen. Zeichne ein Säulendiagramm. Wähle auf der y-Achse 1 cm für 10 %.

Bestandteile eines Hühnereis	Gewichtsanteile in Prozent
Wasser	75 %
Eiweiße	13 %
Fette	11 %
Vitamine, Mineralstoffe	?

3 Das Piktogramm zeigt den Gesamtzuckergehalt verschiedener Lebensmittel, umgerechnet in Stück Würfelzucker. Formuliere Aussagen, die man dort ablesen kann.



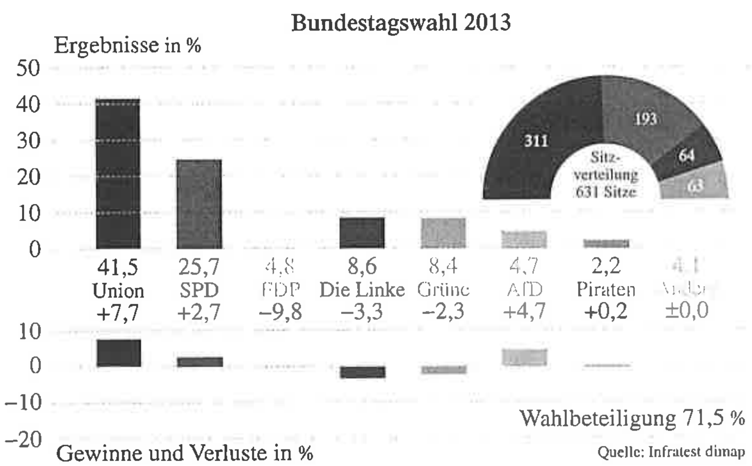
4 Das Kreisdiagramm zeigt die Anteile für eine gesunde Ernährung. Zeichne eine Tabelle, in der du die Lebensmittel, die Winkelgröße und den Anteil in % einträgst.



5 Stelle die Bestandteile von Schokolade in einem Kreisdiagramm dar (Radius 5 cm). Berechne zuerst aus den Prozentangaben die entsprechenden Winkelgrößen.

	a)	b)	c)
	Vollmilch	weiß	Zartbitter
Kakaobutter	18 %	27 %	4 %
Milchpulver	22 %	25 %	
Zucker	46 %	46 %	46 %
Kakaomasse	12 %		48 %
Sonstiges	2 %	2 %	2 %

6 Formuliere Aussagen, die man den Diagrammen entnehmen kann.

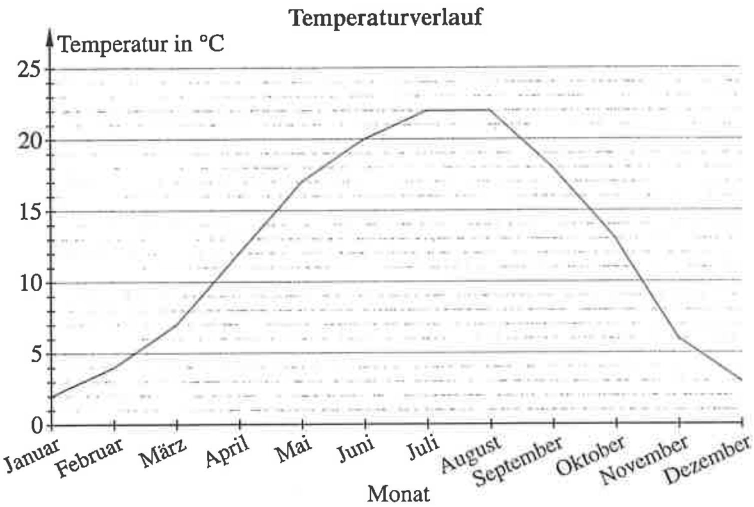


Weiterführende Aufgaben

7 Die 30 Schülerinnen und Schüler der Klasse 10 b kommen mit unterschiedlichen Verkehrsmitteln zur Schule:
3 von ihnen werden täglich mit dem Auto gefahren, 11 kommen zu Fuß, 7 benutzen ihr Fahrrad, 8 fahren mit dem Bus und ein Schüler reist täglich mit dem Zug an.

a) Erstelle aus diesen Daten ein Säulendiagramm und ein Kreisdiagramm. Beginne mit einer Tabelle.
b) Worauf muss bei den einzelnen Diagrammtypen geachtet werden?
c) Was ist der Vorteil eines Diagramms gegenüber einem Text oder einer Tabelle?

8 Das Liniendiagramm zeigt den Verlauf der durchschnittlichen Tageshöchsttemperaturen für jeden Monat in einer deutschen Stadt.



a) Lies die Temperaturen ab und erstelle daraus eine Tabelle.
b) Zeichne das Diagramm in dein Heft.
c) Berechne die Jahresdurchschnittstemperatur und zeichne sie parallel zur x-Achse in das Diagramm ein.

9 Stelle die Werte aus der Tabelle in einem Diagramm dar. Ist es sinnvoll, die Punkte zu verbinden? Begründe.

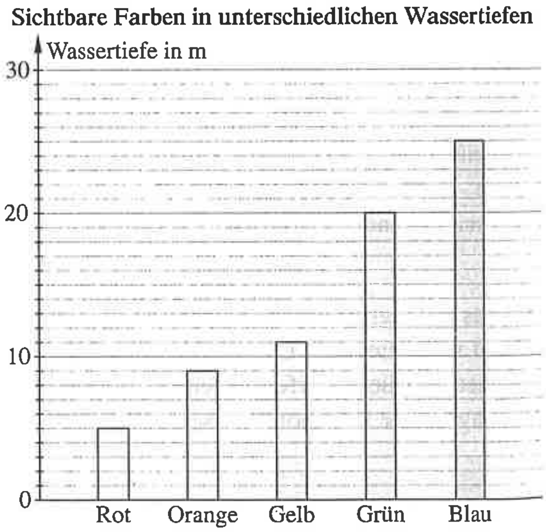
Note	1	2	3	4	5	6
Anzahl	3	7	8	6	4	1

10 Die Anzahl der Geburten pro Jahr hat sich in Deutschland in den letzten Jahrzehnten stark verändert.

Jahr	Geburten
1945	922 000
1964	1 400 000
2008	683 000
2009	665 000
2010	678 000

a) Stelle die gerundeten Werte aus der Tabelle in einem Liniendiagramm dar.
b) Erstelle ein Säulendiagramm. Auf der x-Achse sollen die fünf Jahreszahlen in gleichen Abständen stehen.
c) Beschreibe, welchen Eindruck das Liniendiagramm im Vergleich zum Säulendiagramm vermittelt. Finde Gründe für diesen Eindruck.
d) Gib eine Prognose ab, wie sich die Geburtenzahlen weiter entwickeln werden. Begründe deine Prognose.

11 Wasser absorbiert die verschiedenen Lichtanteile unterschiedlich stark. In tiefem Wasser sieht dadurch alles blau aus.

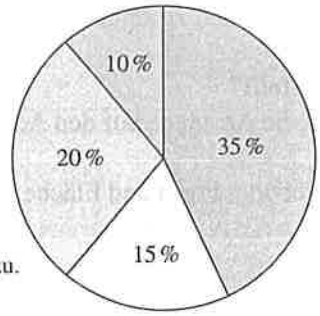


a) Welche Farben sind in 12 m Tiefe zu sehen?
b) Welche Farbe ist nur in einer Tiefe von weniger als 5 m sichtbar?
c) Bei einem Tauchgang konnte Jana gelbe, aber keine orangefarbenen Dinge sehen. Wie tief ist sie ungefähr getaucht?
d) Begründe, warum sich für die Darstellung dieser Daten kein Kreisdiagramm eignet.

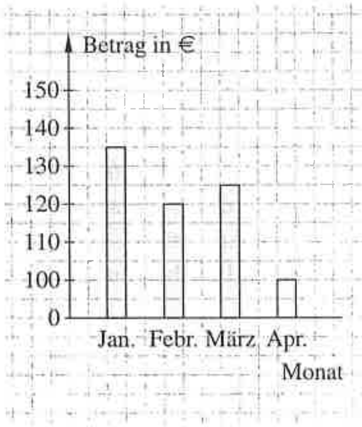
Manipulationen beim Darstellen von Daten

Erforschen und Entdecken

1 Betrachte die beiden Diagramme.
a) Welche Fehler fallen dir auf? Erläutere und berichtige sie.
b) Denke dir zu jedem Diagramm eine Überschrift aus.

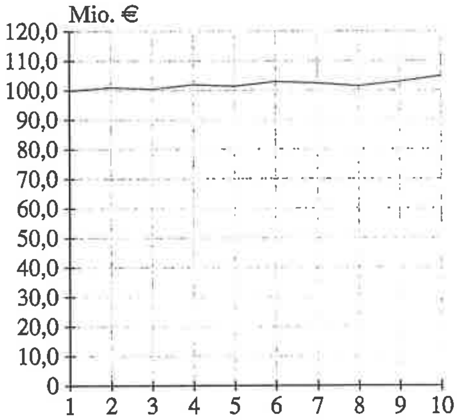


Ich stimme voll zu.
Ich stimme zu.
Ich stimme teilweise zu.
Ich stimme nicht zu.

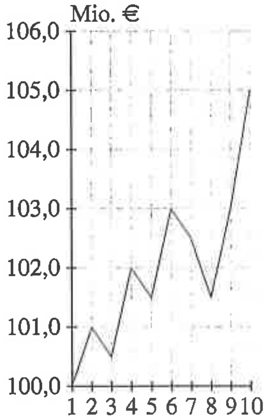


2 Das linke der beiden Diagramme stellt die Umsatzentwicklung eines Unternehmens in den letzten 10 Jahren dar. Der Geschäftsführer wählt jedoch das rechte Diagramm, um die Umsatzentwicklung darzustellen.
a) Welchen Eindruck vermittelt das rechte Diagramm verglichen mit dem linken?
b) Nenne Gründe, wie dieser andere Eindruck entsteht. Nutze die folgenden Satzanfänge:
Die y-Achse beginnt …
Das Koordinatensystem ist entlang der x-Achse …

Umsatz pro Jahr



Umsatz pro Jahr



3 Maxi fühlt sich gegenüber seinen Freunden benachteiligt. Er meint, er bekommt deutlich weniger Taschengeld als seine Freunde. Um diese Ungerechtigkeit zu veranschaulichen, zeichnet er ein Piktogramm.

Maxi

Bernd

Colin

a) Mit welchem Trick stellt Maxi den Sachverhalt übertrieben dar?
b) Wie könnte ein korrektes Piktogramm aussehen? Zeichne es.
c) Wie könnte ein Piktogramm aussehen, das diese Ungerechtigkeit noch stärker in den Vordergrund rückt? Zeichne auch dieses.
d) Welches Piktogramm wird Maxi vermutlich verwenden, wenn er mit seinen Eltern über höheres Taschengeld verhandelt?
Was für ein Diagramm könnten seine Eltern wählen?

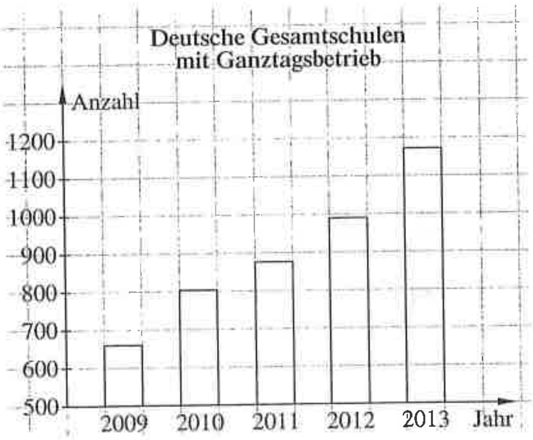
Lesen und Verstehen

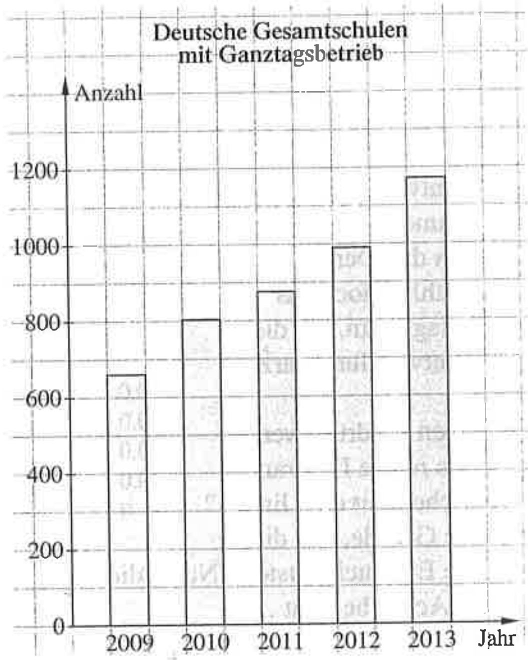
Der amerikanische Schriftsteller Darrell Huff definiert in seinem Buch „Wie lügt man mit Statistik" mehrere Fragen, mit denen man Manipulationen erkennen kann:

- **Sagt wer?** Wer hat die Statistik in Auftrag gegeben?
  Hat er ein Interesse an einem bestimmten Ergebnis? An welchem?
- **Woher weiß er das?** Wie kamen die Zahlen zustande?
  Wie und wo wurde gefragt?
- **Wurden die Daten korrekt dargestellt?**
  Beginnt die *y*-Achse bei null? Sind die Abstände auf den Achsen gleichmäßig?
  Fehlen Angaben?
  Könnte die Abbildung durch Farbgebung, Form und Fläche das Auge täuschen?

BEISPIELE

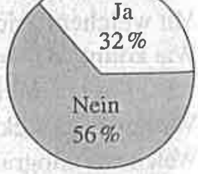
Die beiden Diagramme zeigen den gleichen Sachverhalt: die Anzahl der deutschen Gesamtschulen mit Ganztagsbetrieb in verschiedenen Jahren.
Es entsteht jedoch ein anderer Eindruck, weil im ersten Diagramm die *y*-Achse nicht bei null beginnt.





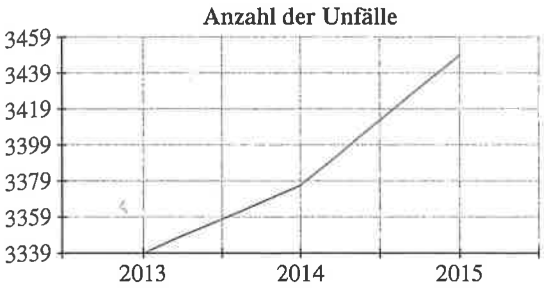
Bei einem Piktogramm wird die **Veränderung in der Höhe und in der Breite** abgetragen. So entsteht ein Missverhältnis zwischen Wert und Fläche, z. B. führt eine Verdopplung des Wertes zu einer Vervierfachung der Fläche.

Bei einem Kreisdiagramm werden die Anteile zu „keine Angabe" oder „weiß nicht" nicht dargestellt. Dadurch erscheint der höhere Anteil (hier „Nein") noch größer.
Hier wurden 100 Personen befragt zum Thema:
„Ist Wein das Lieblingsgetränk der Deutschen?"



Basisaufgaben

1 Betrachte das Diagramm.



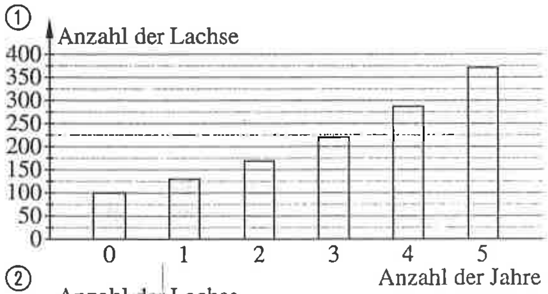
a) Vervollständige im Heft: Das Diagramm wurde manipuliert, weil die y-Achse … Deshalb wirkt es so, als ob …
b) Wer könnte ein Interesse an dieser Manipulation haben?
c) Zeichne ein nicht manipuliertes Diagramm.

2 Im Rhein leben derzeit 63 Fischarten. Der Lachs vermehrt sich seit 1994 in einigen Nebenflüssen sogar wieder natürlich.

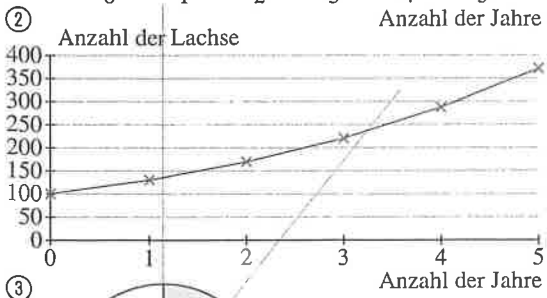
Anz. Jahre	0	1	2	3	4	5
Anz. Lachse	100	130	169	220	287	371

Prüfe, in welchen Diagrammen die Daten korrekt dargestellt wurden.

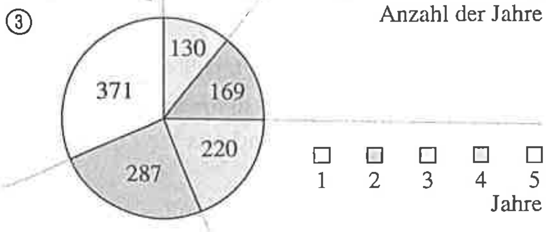
①



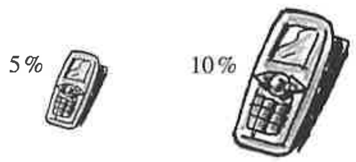
②



③

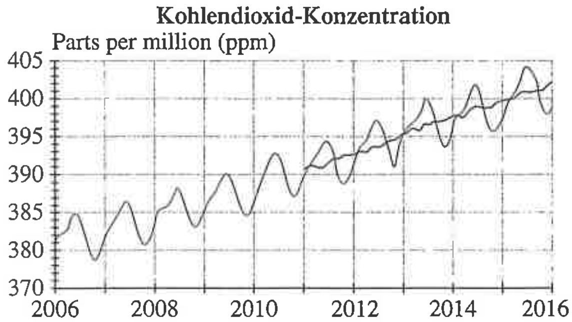


3 Manche Menschen können die Raten für ihre Handyrechnung nicht zahlen. Das Piktogramm zeigt den prozentualen Anteil der Verträge, bei denen es Zahlungsschwierigkeiten gibt. Es werden zwei Altersgruppen unterschieden.



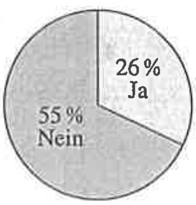
a) Erläutere den Inhalt des Diagramms.
b) Beschreibe die Manipulation und ihre Wirkung.
c) Wer könnte ein Interesse an dieser Manipulation haben?

4 Das Thema Klimawandel führt zu hitzigen Debatten. Deshalb finden sich gerade dazu viele manipulierte Diagramme.



a) Erläutere den Inhalt des Diagramms.
b) Welche Manipulation steckt in dieser Abbildung? Zeichne das Diagramm richtig, der ungefähre Kurvenverlauf reicht. Vergleiche die Wirkung.

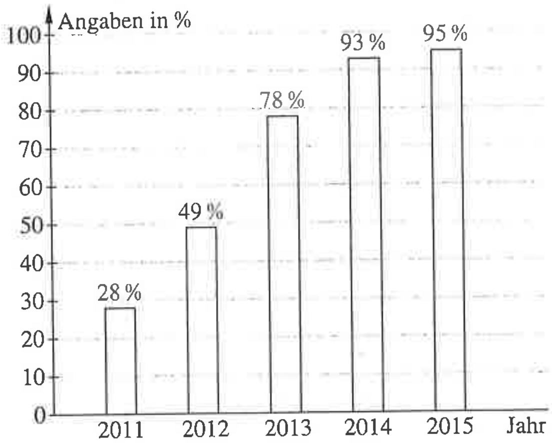
5 „Bist du mit dem Freizeitangebot in deiner Stadt zufrieden?“ wurden 1900 Jugendliche gefragt. Das Kreisdiagramm stellt die Ergebnisse der Umfrage in einer Zeitschrift dar.



a) Was fällt dir auf?
b) Zeichne ein korrektes Kreisdiagramm und schreibe einen Leserbrief.

Weiterführende Aufgaben

6 Die JIM-Studie beschäftigt sich mit dem Medienumgang von 12- bis 19-Jährigen. In jedem Jahr wurden 1200 Jugendliche zwischen 16 und 17 Jahren gefragt, ob sie ein Smartphone besitzen.



a) Übertrage dieses korrekte Säulendiagramm in dein Heft.

b) Zeichne ein Säulendiagramm, das ausdrückt, wie erschreckend diese Entwicklung ist.

c) Zeichne ein Liniendiagramm, das die Unterschiede zwischen 2011 und 2015 weniger deutlich hervortreten lässt.

d) Erstelle ein manipuliertes Piktogramm nur für die Jahre 2011 und 2015. Nutze als Symbol rechteckige Handys, die in Länge und Breite verändert sind.

7 Im Jahr 2015 wurden in der JIM-Studie 1179 Jugendliche im Alter zwischen 12 und 19 Jahren befragt, welches Smartphone sie nutzen.

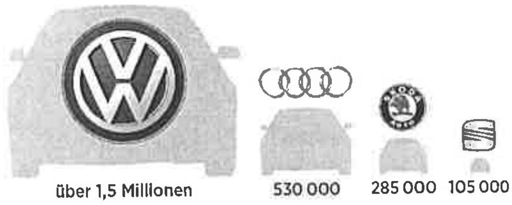
Marke	Samsung	Apple IPhone	Sony Xperia	LG	HTC One	HTC	Huawei	Sonstige
Anteil	45 %	23 %	6 %	5 %	3 %	3 %	3 %	

a) Gib den Anteil für „Sonstige" an und erstelle ein korrektes Kreisdiagramm.

b) Erstelle ein manipuliertes Kreisdiagramm. Es soll so aussehen, als hätte Samsung einen Anteil von über 50 %.

c) Erstelle ein manipuliertes Kreisdiagramm. Darin sollen nur die Marken Samsung und Apple vorkommen.

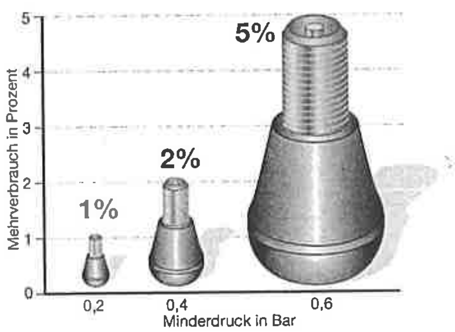
8 Der VW-Abgas-Skandal wurde im September 2015 aufgedeckt: Der VW-Konzern verwendete über Jahre eine illegale Abschalteinrichtung in der Motorsteuerung der Diesel-Fahrzeuge, um die US-amerikanischen Abgasnormen zu umgehen.
Lies ab, wie viele Autos der vier Marken wegen der Manipulationen in Deutschland zurückgerufen werden mussten.
Warum ist die Grafik so nicht richtig?



9 Lies den Text aufmerksam durch und betrachte die dazugehörige Grafik.

Auch die Reifen zählen

Die Bedeutung des richtigen Reifendrucks wird oft unterschätzt. Doch schon bei einem Minderdruck von 0,2 bar erhöht sich der Rollwiderstand und sorgt somit für einen Mehrverbrauch von etwa einem Prozent. Ist der Druck noch geringer, steigt der Spritkonsum weiter. Deshalb alle 14 Tage Reifendruck checken. Zusätzliches Einsparpotenzial bieten rollwiderstandsoptimierte Reifen. Durch spezielle Gummimischungen und Profile rollen sie leichter als herkömmliche Pneus. Je nach Einsatzbedingung – Fahren mit konstantem Tempo ist am wirkungsvollsten – sparen sie zwischen 0,3 und 0,7 l/100 km. Welcher Reifen besonders sparsam ist, zeigt der ADAC Reifentest.



a) Wie wurde hier manipuliert?

b) Wer könnte ein Interesse an dieser Manipulation haben und aus welchen Gründen?

c) Zeichne ein korrektes Säulendiagramm.

Vermischte Übungen

1 Verschiedene Jugendliche wurden befragt, ob sie mindestens einmal pro Woche in ein Fastfood-Restaurant gehen. Mit „ja" antworteten …

in 2014	in 2015	in 2016	in 2017
35 %	42 %	47 %	50 %

a) Zeichne ein korrektes Säulendiagramm.
b) Zeichne ein Diagramm, das ausdrückt, wie erschreckend diese Entwicklung ist. Wer könnte ein Interesse daran haben, dass ein solches Diagramm veröffentlicht wird?

2 Dies sind die Ergebnisse einer Befragung von 12-bis 19-Jährigen zum Thema „Welche Kommunikationsart im Internet benutzt du täglich?":

WhatsApp	85 %
Online Communities	39 %
Facebook	38 %
E-Mails	23 %
Snapchat	23 %
Online-Spiel	12 %
Skype	10 %
Twitter	7 %

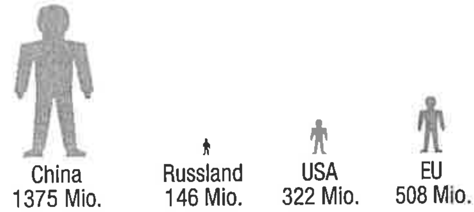
a) Warum sind diese Daten nicht für eine Darstellung im Kreisdiagramm geeignet?
b) Zeichne ein korrektes Diagramm.
c) Zeichne ein manipuliertes Diagramm, bei dem WhatsApp noch stärker vertreten aussieht.

3 Im Jahr 2015 wurden Jugendliche befragt, wie lange sie im Durchschnitt täglich mit Computer-, Konsolen-, Online-, Tablet- und Handyspielen beschäftigt sind.

- *Jungen:*
  Mo. – Fr.: 122 min; Sa. + So.: 167 min
- *Mädchen:*
  Mo. – Fr.: 50 min; Sa. + So.: 58 min

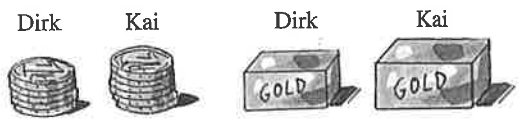
Zeichne ein doppeltes Säulendiagramm mit Mo. – Fr. bzw. Sa. + So auf der x-Achse.

4 Das Piktogramm zeigt die Einwohnerzahlen von China, Russland, den USA und Europa.



a) Bewerte das Piktogramm. Mit welchem Mittel wird der Betrachter manipuliert?
b) Wer könnte Auftraggeber der Darstellung sein und was will er damit bezwecken?

5 Die Piktogramme sollen zeigen: Dirk bekommt von seinen Eltern für den Führerschein 1000 €, sein Freund Kai bekommt von seinen Eltern 1200 €.



a) Was unterscheidet die beiden Darstellungsarten? Beschreibe.
b) Welche Darstellung ist korrekt?
c) Welche Darstellung sollte Dirk zu seinen Großeltern mitnehmen, in der Hoffnung, dass sie ihn auch mit Geld unterstützen?

6 Zum Thema „Wirkung von Alkohol" machten Jugendliche folgende Aussagen:

Ich fühle mich lockerer, wenn ich Alkohol getrunken habe.	41 %
Bei mir hat der Alkohol keine besondere Wirkung.	21 %
Alkohol lässt mich schneller ermüden.	15 %
Keine Angabe	23 %

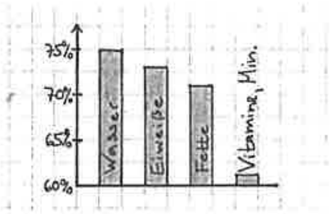
a) Zeichne ein korrektes Kreisdiagramm und ein manipuliertes, welches den Bereich „keine Angaben" nicht mit abbildet. Beschreibe die Wirkung.
b) Fällt dir noch eine weitere Darstellungsmöglichkeit ein, die den jugendgefährdenden Aspekt besonders hervorhebt? Setze diese um und stelle sie deinem Kurs vor.

Alles klar?

Entscheide, ob die Aussagen richtig oder falsch sind.
Begründe deine Entscheidung im Heft und korrigiere gegebenenfalls.

1 Daten in Diagrammen darstellen

a) Ein Hühnerei besteht zu 75 % aus Wasser, zu 13 % aus Eiweißen, zu 11 % aus Fetten und zu 1 % aus Vitaminen und Mineralstoffen.
Diese Daten wurden im Säulendiagramm korrekt dargestellt.

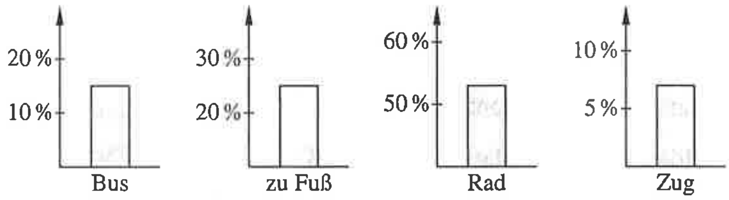


b) Die Ergebnisse zur Umfrage „Wie viele Stunden hast du am Wochenende ferngesehen?“ (siehe Tabelle) können in einem Kreisdiagramm übersichtlich dargestellt werden.

gar nicht	III
weniger als 1 Stunde	III
1–2 Stunden	~~IIII~~ III
2–3 Stunden	III
mehr als 4 Stunden	III

c) Um die Winkelgrößen für ein Kreisdiagramm zu berechnen, muss man die Anteile in % mit 3,6° multiplizieren.

d) Die Säulendiagramme zum Schulweg zeigen, dass die vier Verkehrsmittel jeweils von gleich vielen Schülern benutzt werden.



BEACHTE
Die Lösungen zu den Aufgaben auf dieser Seite sowie dazu passende Trainingsaufgaben findest du ab Seite 158.

2 Manipulationen beim Darstellen von Daten

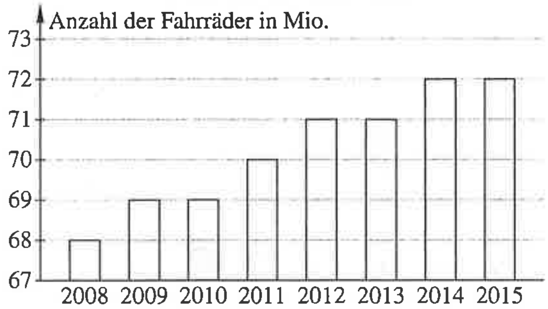
a) Im oberen Diagramm kann man ablesen, dass der Fahrradbestand in Deutschland zwischen 2008 und 2015 extrem angestiegen ist.

b) Das obere Diagramm ist korrekt, da die Zahlenwerte an den Säulen besser ablesbar sind als im unteren Diagramm.

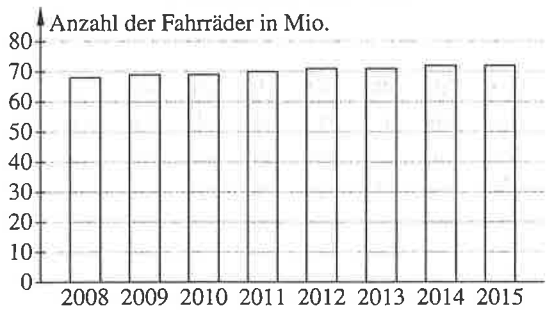
c) Wenn man für eine autofreie Innenstadt werben will, dann würde man am ehesten das untere Diagramm veröffentlichen.

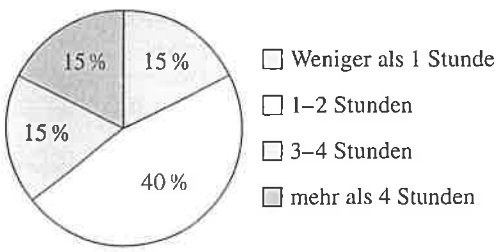
d) Das Kreisdiagramm unten stellt die Daten aus der Tabelle oben manipuliert dar.

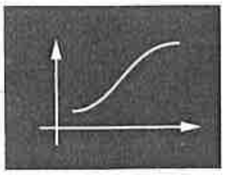
Entwicklung des Fahrradbestandes in Deutschland in den Jahren 2008–2015



Entwicklung des Fahrradbestandes in Deutschland in den Jahren 2008–2015



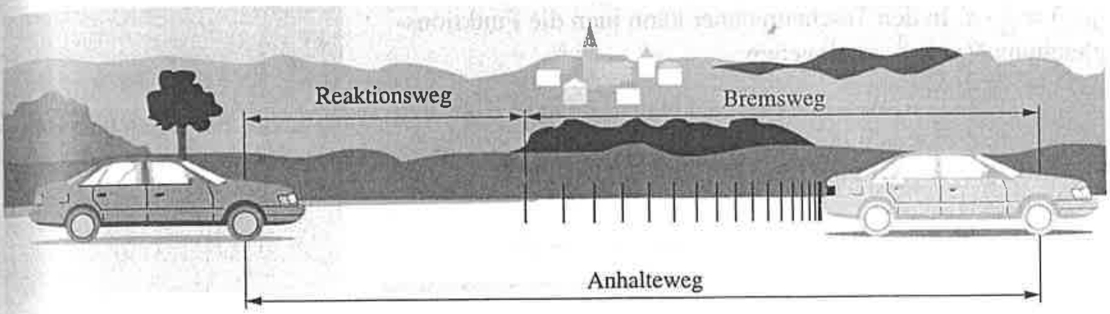




Lineare und quadratische Funktionen

Erforschen und Entdecken

Wenn ein Autofahrer plötzlich bremsen muss, so legt das Auto trotzdem noch einen Anhalteweg zurück, bis es wirklich steht. Der Anhalteweg ist umso länger, je schneller das Auto gefahren ist. Er setzt sich zusammen aus dem Reaktionsweg und dem Bremsweg.



BEACHTE
Ein Tachometer zeigt die Geschwindigkeit des Fahrzeugs an.

In der Fahrschule lernt man die folgenden Faustregeln:

- Der **Reaktionsweg** (gemessen in m) ist die Tachometeranzeige geteilt durch 10 und anschließend mit 3 multipliziert.
- Der **Bremsweg** (gemessen in m) ist die Tachometeranzeige geteilt durch 10 und anschließend mit sich selbst multipliziert.

Diese Faustregeln gelten jedoch nur für trockene und ebene Fahrbahnen.

1 Warum gibt es vor dem Bremsweg noch einen Reaktionsweg?

a) Übertrage die Tabelle ins Heft. Berechne die verschiedenen Längen der Reaktionswege.

Geschwindigkeit x (in $\frac{km}{h}$)	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200
Reaktionsweg $f(x)$ (in m)	0	6									

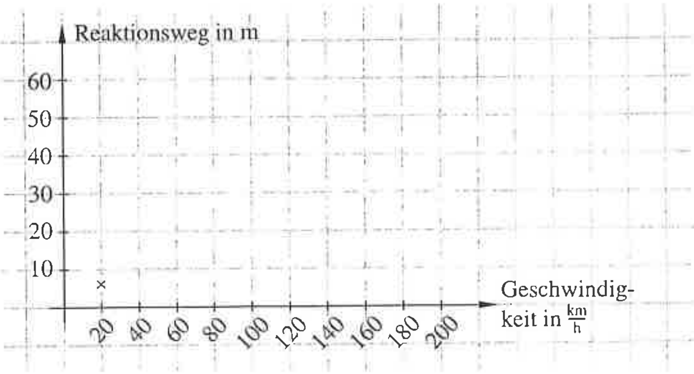
b) Trage die Werte aus der Tabelle in ein Koordinatensystem ein und verbinde sie. Wie verläuft der Graph dieser Zuordnung?

c) Wahr oder falsch? Überprüfe die Aussagen mit Hilfe der Tabelle oder der Zeichnung.

① Wenn sich die Geschwindigkeit verdoppelt, dann verdoppelt sich auch der Reaktionsweg.

② Wenn man dreimal so schnell fährt, verlängert sich der Reaktionsweg um 30 m.

③ Halbiert sich die Geschwindigkeit, so halbiert sich auch der Reaktionsweg.



2 Vergleiche Reaktionsweg und Bremsweg:

a) Berechne den Bremsweg für eine Geschwindigkeit von $120\,\frac{km}{h}$.

b) Erstelle eine Wertetabelle wie in Aufgabe 1 a) für den Bremsweg.

c) Veranschauliche den Bremsweg in einem Koordinatensystem. Verbinde die Punkte zu einem Funktionsgraphen.

d) Wie unterscheiden sich die Graphen von Reaktionsweg und Bremsweg?

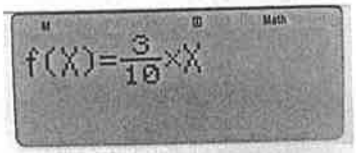
e) Wie verändern sich Reaktionsweg und Bremsweg, wenn man in einem Wohngebiet statt $30\,\frac{km}{h}$ mit $60\,\frac{km}{h}$ fährt?

Lesen und Verstehen

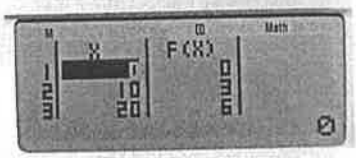
Marcel möchte Reaktionsweg und Bremsweg mit Hilfe seines Taschenrechners berechnen. Wenn man eine Funktionsgleichung eingibt, kann der Taschenrechner eine Wertetabelle erstellen.

BEACHTE
Anstelle von $f(x)$ kann man auch y schreiben.

Um den **Reaktionsweg** zu berechnen, wird die Tachometeranzeige x durch 10 dividiert und anschließend mit 3 multipliziert:
$\frac{x}{10} \cdot 3 = \frac{3}{10} \cdot x$. In den Taschenrechner kann man die Funktionsgleichung $f(x) = \frac{3}{10} \cdot x$ eingeben.

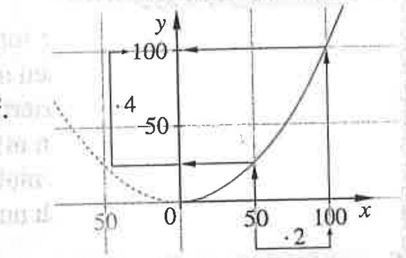


Überträgt man die Werte aus der Wertetabelle in ein Koordinatensystem, ergibt sich beim Reaktionsweg eine Gerade, da die Funktion $f(x) = \frac{3}{10} \cdot x$ eine **lineare Funktion** ist.



Der Graph einer linearen Funktion ist eine Gerade.

Der **Bremsweg** wird berechnet, indem man die Tachometeranzeige x durch 10 teilt. Man erhält also $\frac{1}{10}x$.
Dieser Wert wird mit sich selbst multipliziert $\frac{1}{10}x \cdot \frac{1}{10}x = \frac{1}{100}x^2$.
Die Funktionsgleichung lautet $f(x) = \frac{1}{100}x^2$.



Verbindet man die Werte für den Bremsweg im Koordinatensystem, so erhält man eine besondere Kurve.

BEACHTE
$2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$,
3 ist der Exponent und 2 ist die Basis.

Exponent
2^3
Basis

Eine Funktion, in der die Variable mit dem Exponenten 2 vorkommt, nennt man **quadratische Funktion**. Der Graph einer quadratischen Funktion ist eine **Parabel**.

BEISPIEL
Die Länge des Bremswegs erhöht sich nicht gleichmäßig wie beim Reaktionsweg. Verdoppelt man die Geschwindigkeit, so vervierfacht sich der Bremsweg:

Geschwindigkeit $30\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ doppelte
Geschwindigkeit $60\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ Geschwindigkeit

Bremsweg $\frac{1}{100} \cdot 30^2\,\text{m} = 9\,\text{m}$ vierfacher
Bremsweg $\frac{1}{100} \cdot 60^2\,\text{m} = 36\,\text{m}$ Bremsweg

Basisaufgaben

1 Ergänze mit Hilfe der Funktionsgleichung.

a) $f(x) = 0{,}3x$ für den Reaktionsweg

x (in $\frac{\text{km}}{\text{h}}$)	10	30	50	70	90	110	130
$f(x)$ (in m)							

b) $f(x) = 0{,}01x^2$ für den Bremsweg

x (in $\frac{\text{km}}{\text{h}}$)	10	30	50	70	90	110	130
$f(x)$ (in m)							

2 Ergänze: Wenn die Geschwindigkeit …

a) halbiert wird, dann ▪ sich der Reaktionsweg.
b) verdoppelt wird, dann ▪ sich der Bremsweg.
c) verdreifacht wird, dann ▪ sich der Reaktionsweg.
d) verdreifacht wird, dann ▪ sich der Bremsweg.

3 Eine Autofahrerin fährt mit $100\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ auf einer Landstraße, als sie ein Kind mit Ball sieht. Sie reagiert sofort.

a) Wie weit fährt sie noch mit der gleichen Geschwindigkeit?
b) Kommt es zu einem Unfall, wenn das Kind 150 m vom Auto entfernt ist?

4 Wenn man auf einer nassen Straße fährt, verändert sich die Faustformel für die Berechnung des Bremsweges.
Es gilt $f(x) = 0{,}0125\,x^2$.
a) Erstelle eine Wertetabelle für $20\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$, $40\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$, …, $160\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$.
b) Übertrage die Werte in ein Koordinatensystem und verbinde sie zu einer Parabel.
c) Tobias meint: „Der Bremsweg auf einer vereisten Straße kann mit $f(x) = 0{,}011\,x^2$ berechnet werden". Begründe, ob diese Funktionsgleichung richtig sein kann.
d) Skizziere einen möglichen Verlauf eines Graphen, der den Bremsweg auf einer vereisten Straße beschreibt.

5 Handelt es sich um lineare oder quadratische Funktionen? Begründe.
a) $f(x) = 3x^2$
b) $f(x) = 3x + 2$
c) $f(x) = 2x$
d) $f(x) = 2$
e) $f(x) = 1 + x^2$
f) $f(x) = 2x + x^2$
g) $f(x) = 2\,(x + 2)$
h) $f(x) = x\,(2x - 1)$

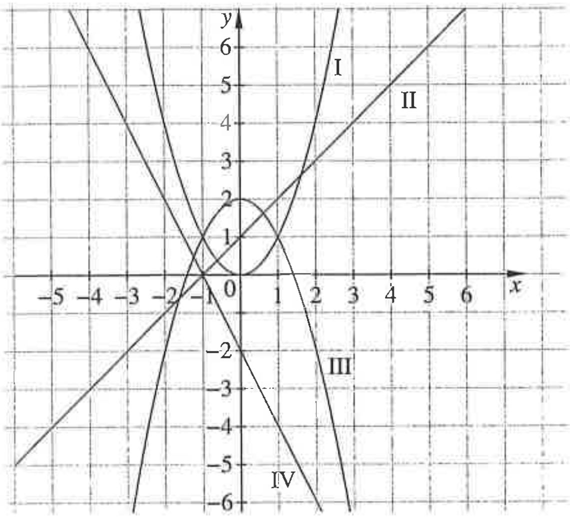
6 In der Fahrschule lernt man eine Faustregel für die Länge des Sicherheitsabstandes zum vorausfahrenden Fahrzeug:

$$\text{Sicherheitsabstand } r \text{ (in m)} = \frac{\text{Geschwindigkeit}}{2}$$

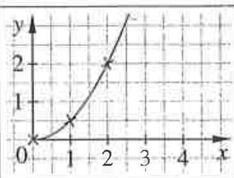
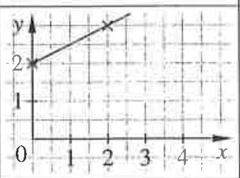
a) Welchen Abstand muss man mindestens bei $30\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ ($50\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$, $120\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$) einhalten?
b) Ein Fahrer hält einen Abstand von 50 m ein. Wie schnell darf er dann maximal fahren?
c) Wie lautet die Funktionsgleichung?
d) Ist die zugehörige Funktion eine quadratische Funktion? Begründe.

7 Ergänze den Lückentext im Heft.
Verwende die Begriffe:
Exponent, Gerade, lineare, Parabel, quadratische, Schnittpunkt, Steigung
Die Funktion $f(x) = 0{,}5\,x + 3$ ist eine ___ Funktion. Der Graph dieser Funktion ist eine ___. Die ___ des Funktionsgraphen ist 0,5. Der ___ mit der y-Achse liegt bei $(0|3)$.
Die Funktion $f(x) = 0{,}5\,x^2$ ist eine ___ Funktion, denn der höchste ___ der Variable x ist 2.
Der Graph der Funktion ist eine ___.

8 Welche Funktionsgraphen sind Parabeln, welche sind Geraden?



9 Vorsicht: Einige Einträge stehen noch nicht an der richtigen Stelle! Übertrage die Tabelle korrigiert ins Heft.

	linear	**quadratisch**
Funktionsvorschrift	$y = 0{,}5\,x + 2$	$y = 0{,}5\,x^2$
Wertetabelle	x: 0, 1, 2 / y: 0, 0,5, 2	x: 0, 1, 2 / y: 2, 2,5, 3
Funktionsgraph		
Wortvorschrift	Multipliziere eine Zahl mit 0,5 und addiere zum Ergebnis 2.	Multipliziere eine Zahl mit sich selbst und nimm das Ergebnis mit 0,5 mal.

Weiterführende Aufgaben

10 Zeichne den Graphen und gib an, ob es sich um eine lineare oder um eine quadratische Funktion handelt.

a)

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
$f(x)$	−5	−3	−1	1	3	5	7

b)

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
$f(x)$	8	3	0	−1	0	3	8

c)

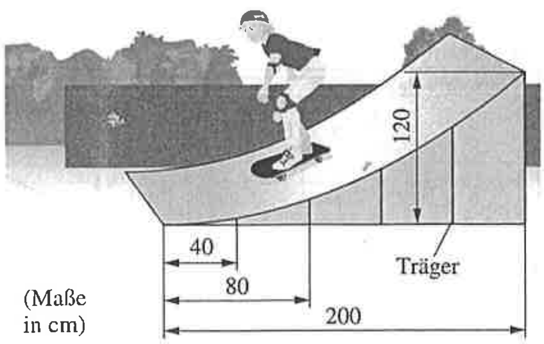
x	−3	−2	−1	0	1	2	3
$f(x)$	−9	−4	−1	0	−1	−4	−9

d)

x	−6	−4	−2	0	2	4	6
$f(x)$	−2	−1	0	1	2	3	4

11 Gib die Gleichung für die Zuordnung an. Ist die Funktion linear oder quadratisch?
BEISPIEL Beim Kreis gilt für die Zuordnung *Radius r* → *Flächeninhalt A* die Gleichung $A = \pi \cdot r^2$. Die Funktion ist quadratisch.
a) Quadrat: *Seitenlänge a* → *Umfang u*
b) Quadrat: *Seitenlänge a* → *Flächeninhalt A*
c) Würfel: *Kantenlänge a* → *Oberflächeninhalt* A_O
d) Tetrapak Milch: *Anzahl x* → *Preis P*

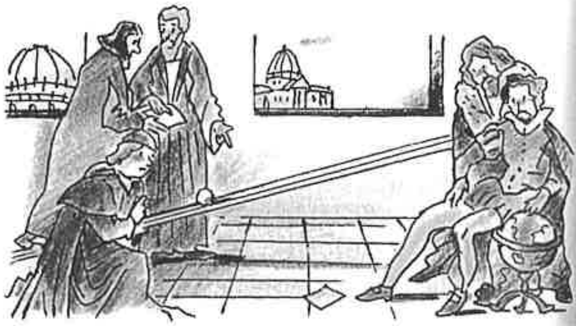
12 Eine Quarterpipe soll auf einem 200 cm langen Stahlgerüst befestigt werden. Der längste Träger soll 120 cm hoch sein. Die Träger sind jeweils im Abstand von 40 cm angebracht. Die Trägerlänge lässt sich mit der Funktionsgleichung $f(x) = 0{,}003\,x^2$ berechnen.



(Maße in cm)

a) Berechne die Trägerlängen. Stelle dazu eine Wertetabelle auf.
b) Zeichne die Rampe im Maßstab 1 : 10.

13 Galileo Galilei führte verschiedene Versuche zur Erdanziehung durch.
Dazu baute er z. B. eine Fallrinne und ließ eine Kugel hinunterlaufen. Dann untersuchte er den Zusammenhang zwischen dem zurückgelegten Weg und der benötigten Zeit. Er stellte fest, dass der Weg proportional zum Quadrat der Zeit ist.



Max hat den gleichen Versuch durchgeführt und folgende Werte erhalten:

Zeit (in s)	1	2	3	4	5
Weg (in cm)	10	40	90	160	250

a) Zeige, dass die Funktion *Zeit* → *Weg* durch die Funktionsgleichung $f(x) = 10x^2$ beschrieben werden kann.
b) Zeichne den Graphen in einem geeigneten Koordinatensystem.
c) Welchen Weg hat die Kugel nach 6 s, 10 s und 12 s zurückgelegt?
d) Ermittle mit Hilfe deiner Zeichnung, wie lange die Kugel etwa für einen Weg von 50 cm braucht.

14 Wenn ein Gegenstand fällt, kann die Bewegung durch eine Funktion mit der Gleichung $h(t) = 5\,t^2$ beschrieben werden. Dabei gibt $h(t)$ die Fallhöhe in Metern und t die Fallzeit in Sekunden an.
a) Maren wirft einen Stein in einen Brunnen. Er prallt nach 5 s auf dem Boden auf. Wie tief ist der Brunnen?
b) Erstelle eine Wertetabelle und zeichne den Graphen von h für Fallzeiten von 1 s bis 8 s.
c) Ermittle mit Hilfe deiner Zeichnung, wie lange ein Stein etwa benötigt, um 150 m tief zu fallen.

Graph der quadratischen Funktion $f(x) = ax^2$

Erforschen und Entdecken

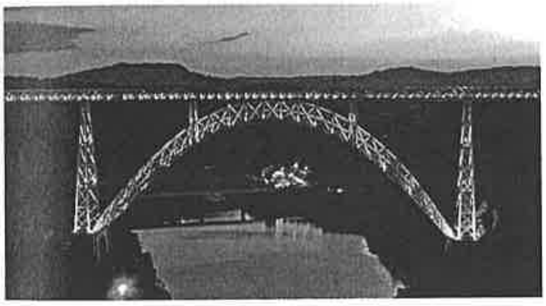
1 Wenn man aufmerksam die Umgebung beobachtet, findet man manchmal Bögen, die wie eine Parabel verlaufen.

a) Findet Beispiele von Parabeln in eurer Umgebung. Skizziert und beschreibt ihre Form.

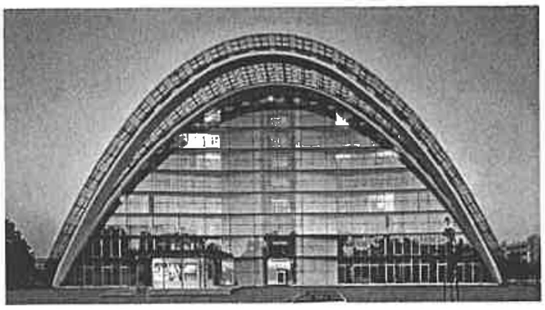
b) Lege ein Transparentpapier auf die Bilder und zeichne die Bögen ab. Findet Gemeinsamkeiten und Unterschiede.

Veranstaltungshalle Kölnarena

Brücke über den Kleinen Belt, Dänemark



Viadukt Garabit in Frankreich



Bürogebäude „Berliner Bogen" in Hamburg

2 Der Graph der Funktion $f(x) = x^2$ ist parabelförmig.

a) Erstelle eine Wertetabelle von -3 bis 3 mit einer Schrittweite von 1.

b) Zeichne den Graphen der Funktion in ein Koordinatensystem.

c) Beschreibe den Verlauf des Funktionsgraphen. Mit welchen Beispielen aus deiner Umgebung ist er vergleichbar?

BEACHTE
Die Wertetabellen können auch mit dem Taschenrechner erstellt werden.

3 Die Bögen auf den Fotos oben können alle durch Funktionen der Form $f(x) = ax^2$ beschrieben werden. Dazu muss man nur einen passenden Faktor a wählen.
Arbeitet in Kleingruppen:

a) Ergänzt die fehlenden Werte für $a = 1{,}5$.
Zeichnet den Funktionsgraphen.

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
f(x)	13,5	6					

b) Legt nun auch Wertetabellen für die folgenden Funktionen an. Zeichnet jeden Graphen in einer anderen Farbe in dasselbe Koordinatensystem.
① $g(x) = 3x^2$ ② $h(x) = 0{,}5x^2$ ③ $i(x) = -x^2$ ④ $j(x) = -1{,}5x^2$
Wie unterscheiden sich die Graphen vom Graphen der Funktion $f(x) = x^2$?

c) Untersucht mit einem Funktionenplotter, wie sich die Parabeln verändern, wenn man für a unterschiedliche positive oder negative Werte einsetzt.

TIPP
Eine Anleitung zur Arbeit mit Funktionenplottern befindet sich auf Seite 50.

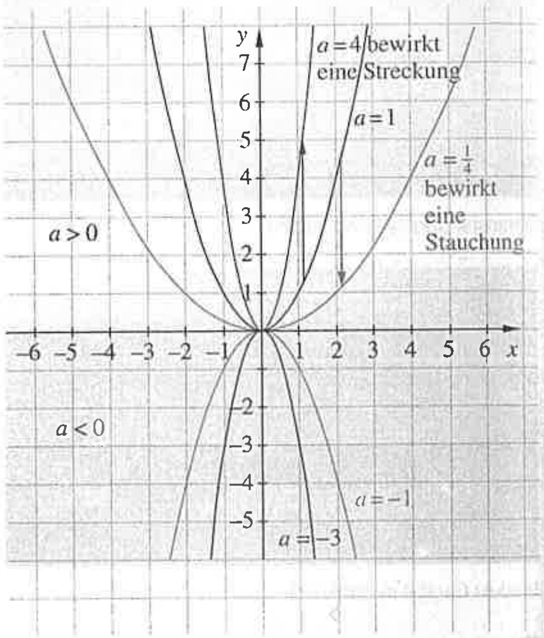
Lesen und Verstehen

Welchen Verlauf haben die Graphen von quadratischen Funktionen der Form $f(x) = ax^2$?
Hier werden die fünf Graphen für $a = 1$; $a = 4$; $a = \frac{1}{4}$; $a = -1$ und $a = -3$ untersucht.

- Wertetabellen anlegen
  Die Werte für die Funktionen erhält man leicht, indem man die Werte für $f(x) = x^2$ mit dem entsprechenden a multipliziert.
- Graphen in ein Koordinatensystem zeichnen

x	-2	-1	0	1	2
$f(x) = x^2$	4	1	0	1	4
$f(x) = 4x^2$	16	4	0	4	16
$f(x) = \frac{1}{4}x^2$	1	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	1
$f(x) = -x^2$	-4	-1	0	-1	-4
$f(x) = -3x^2$	-12	-3	0	-3	-12

Der **Graph einer quadratischen Funktion** $f(x) = ax^2$ ist eine zur y-Achse symmetrische Parabel.
Den tiefsten bzw. höchsten Punkt nennt man **Scheitelpunkt.** Er liegt bei quadratischen Funktionen der Form $f(x) = ax^2$ im Punkt $S(0|0)$.



Bei der Funktion $f(x) = x^2$ ist $a = 1$. Den Graph bezeichnet man als **Normalparabel**. Wenn eine Parabel enger als die Normalparabel verläuft, so heißt sie **gestreckt** (z. B. $f(x) = 4x^2$). Wenn eine Parabel weiter als eine Normalparabel verläuft, dann nennt man sie **gestaucht** (z. B. $f(x) = \frac{1}{4}x^2$).
Bei $f(x) = -x^2$ ist die Parabel an der x-Achse gespiegelt und **nach unten geöffnet.**

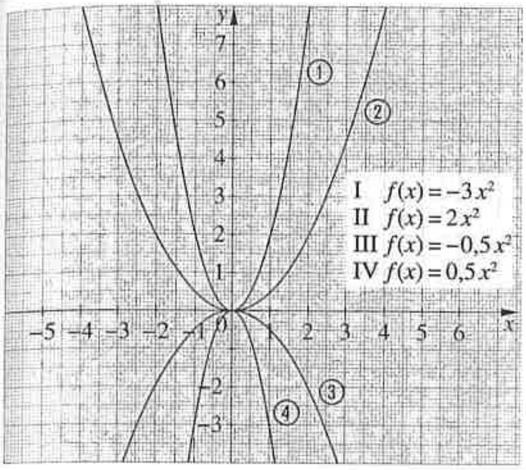
Der **Faktor a** bestimmt die **Form** und die **Öffnungsrichtung** einer Parabel zu $f(x) = ax^2$.
Für $a = 1$ entsteht die Normalparabel.
Für $a < 0$ ist die Parabel nach unten geöffnet, für $a > 0$ nach oben geöffnet.
Für $a < -1$ oder $a > 1$ entsteht eine gestreckte Parabel.
Für $-1 < a < 0$ oder $0 < a < 1$ entsteht eine gestauchte Parabel.

Basisaufgaben

1 Übertrage die Tabelle in dein Heft und kreuze Zutreffendes an.

	Gleichung	gestreckt	gestaucht	nach oben geöffnet	nach unten geöffnet
a)	$y = 3x^2$				
b)	$y = -x^2$				
c)	$y = 0{,}5x^2$				
d)	$y = -2{,}7x^2$				
e)	$y = \frac{1}{4}x^2$				

2 Beschreibe den Verlauf der Parabeln (Öffnung, Streckung/Stauchung). Ordne jeder Parabel eine Funktionsgleichung zu.



3 Erstelle für die Funktionen $f_1(x) = 0{,}75x^2$ und $f_2(x) = 1{,}2x^2$ eine Wertetabelle mit den Werten für $-2{,}5$, -2; $-1{,}5$; …, 2; 2,5. Zeichne beide Funktionsgraphen in ein gemeinsames Koordinatensystem. Vergleiche die beiden Graphen mit der Normalparabel.

4 Ergänze den Lückentext mit den Begriffen rechts. Ein Begriff bleibt übrig.
Der Graph einer quadratischen Funktion mit der Gleichung $y = ax^2$ ist eine zur … symmetrische Parabel. Er hat den … (0|0).
Der Graph der Funktion mit der Gleichung $y = x^2$ heißt … .
Wenn a positiv ist, dann ist die Parabel nach … geöffnet. Wenn a negativ ist, dann ist die Parabel nach … geöffnet.
Wenn $a > 1$ ist, so ist die Parabel … .
Die Parabel ist dann … geöffnet als die Normalparabel.
Wenn a zwischen 0 und 1 liegt, so ist die Parabel … . Die Parabel ist dann … geöffnet als die Normalparabel.

gestaucht,
gestreckt,
Normalparabel,
oben,
Scheitelpunkt,
unten,
weiter,
weniger weit,
x- Achse,
y-Achse

5 Ordne die Punkte der zugehörigen Funktionsvorschrift zu. Begründe.

Punkte
$P(3\|-0{,}9)$
$Q(2\|0{,}8)$
$R(-4\|16)$
$S(-1\|-1{,}5)$

Vorschriften
① $y = 0{,}2x^2$
② $y = -1{,}5x^2$
③ $y = -0{,}1x^2$
④ $y = x^2$

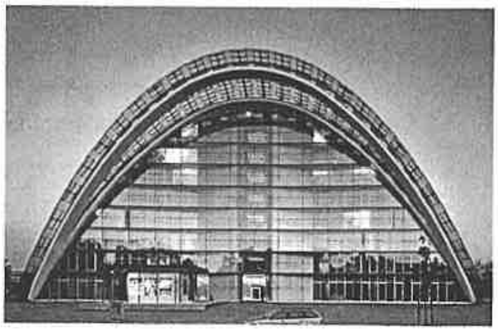
Weiterführende Aufgaben

6 Eine Parabel mit der Gleichung $y = ax^2$ verläuft durch den Punkt (5|10).
Lina soll die Funktionsgleichung bestimmen und rechnet:

$10 = a \cdot 5^2$
$10 = a \cdot 25 \quad | :25$
$a = \frac{10}{25} = \frac{40}{100} = 0{,}4$
$y = 0{,}4x^2$

a) Erkläre die erste Zeile ihrer Rechnung.
b) Bestimme die Funktionsgleichung einer Parabel mit der Gleichung $y = ax^2$, die durch den Punkt (2|18) verläuft. Gehe vor wie Lina.
c) Bestimme die Funktionsgleichung einer Parabel mit der Gleichung $y = ax^2$, die durch den Punkt (3|−2,7) verläuft.

7 Der „Berliner Bogen" kann durch eine Parabel der Form $f(x) = ax^2$ beschrieben werden, wenn man den Koordinatenursprung in den höchsten Punkt legt.

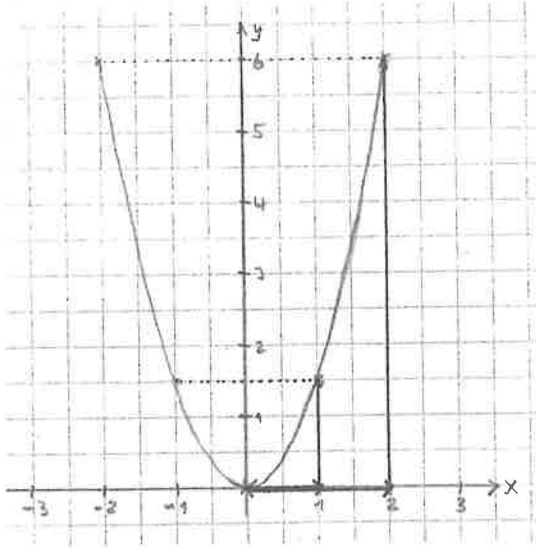


a) Begründe, warum der Faktor a nicht positiv sein kann.
b) Der obere Bogen hat eine Spannweite von 140 m und eine Höhe von 32,83 m. Durch welche Funktionsgleichung kann er beschrieben werden? Begründe.
c) Wie hoch ist der Bogen 10 m von der Mitte entfernt?

$f(x) = -1{,}2x^2$
$f(x) = -0{,}005x^2$
$f(x) = -0{,}0067x^2$
$f(x) = -0{,}0125x^2$

16 Lutz erklärt einem Mitschüler, wie er schnell den Graphen jeder quadratischen Funktion $f(x) = ax^2$ mit Hilfe seiner 5-Punkte-Methode skizzieren kann.

① Zeichne den Scheitelpunkt bei (0|0) ein.
② Gehe eine Einheit nach rechts und a Einheiten nach oben. (z. B. 3 Einheiten bei der Funktion $f(x) = 3x^2$.)
③ Gehe vom Scheitelpunkt aus 2 Einheiten nach rechts und $(4 \cdot a)$ Einheiten nach oben (z. B. $4 \cdot 3 = 12$ Einheiten bei der Funktion $f(x) = 3x^2$.)
④ Spiegle die beiden Punkte aus ② und ③ an der y-Achse.
⑤ Verbinde die fünf Punkte zu einer Parabel.



a) Welche Funktion wurde hier skizziert?
b) Skizziere den Graphen zu $f(x) = 2x^2$ mit dieser Methode. Beschreibe dein Vorgehen.

17 Skizziere die Graphen der Funktionen, ohne eine Wertetabelle anzulegen.

a) $f(x) = 0{,}5x^2$
b) $f(x) = 4x^2$
c) $f(x) = 2{,}5x^2$
d) $f(x) = 0{,}2x^2$

18 Erkläre, was bei der 5-Punkte-Methode zu beachten ist, wenn man Graphen von Funktionen mit einem negativen Wert a zeichnet.

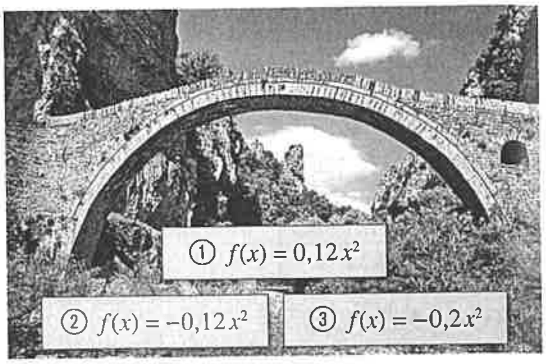
19 Skizziere die Graphen ohne Wertetabelle.

a) $f(x) = -0{,}5x^2$
b) $f(x) = -3x^2$
c) $f(x) = 0{,}25x^2$
d) $f(x) = -1{,}5x^2$

20 Eine Bogenbrücke wurde nach der Funktionsgleichung $f(x) = -0{,}2x^2$ konstruiert.

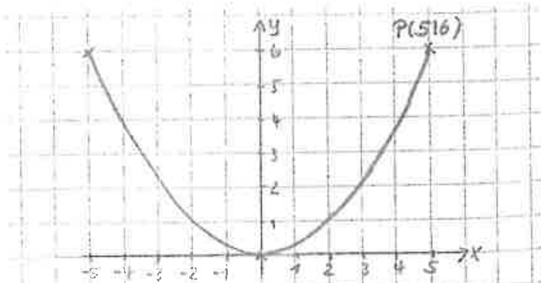
a) Zeichne die Brücke im Bereich von −6 bis 6 in ein Koordinatensystem.
b) Wie hoch ist die Brücke, wenn ihre Spannweite 12 m beträgt?

21 Eine Bogenbrücke soll eine Spannweite von 20 m und eine Höhe von 12 m haben.



a) Skizziere die Brücke in einem geeigneten Koordinatensystem.
b) Überprüfe, durch welche der drei Gleichungen die Brücke beschrieben werden kann. Begründe.

22 Theo soll die Funktionsgleichung für eine Hängebrücke mit einer Spannweite von 10 m und einer Höhe von 6 m bestimmen. Erläutere seinen Lösungsweg.



$f(x) = a \cdot x^2$; $P(5|6)$

$6 = a \cdot 5^2$

$6 = a \cdot 25$

$\frac{6}{25} = a$

$0{,}24 = a$, also $f(x) = 0{,}24 \cdot x^2$