GESAMTSCHULE VERL

Jahrgang EF Fach Physik

Ansprechpartner: Mathias Ziegler (ZieM)

Themen der Reihen : Astronomische Weltbilder / Erhaltungssätze

Kompetenzen/Ziele der Reihe	Materialien	Arbeitsaufträge/Hinweise
Astronomische Weltbilder		
Die Schülerinnen und Schüler … … ermitteln mithilfe der Kepler´schen Gesetze und des Gravitationsgesetzes astronomische Größen,	Buch, S. 84/85 Anhang S.94 - 96	Die Doppelseite lesen, S. 85 A2 Die Seiten 94 – 96 lesen, S. 96 A1, A2, (A6), (A7) <u>Aufgabe:</u> In unserem Sonnensystem kreist die Erde in einer annähernd kreisförmigen Bahn um die Sonne. Stellen Sie sich vor, die Gravitationskräfte würden auf einmal nicht mehr wirken. Beschreiben Sie, was dann mit der Erde passieren würde.
… beschreiben Wechselwirkungen im Gravitationsfeld und verdeutlichen den Unterschied zwischen Feldkonzept und Kraftkonzept,	Buch, S.90 „Was ist ein Feld?“ Buch, S.88 Anhang, S.102 - 104	Erkläre, was man in Physik unter einem Feld versteht. Die Seite 88 lesen. S.102 – 104 lesen, S.104 (A1), (A2a) +b))
… erläutern unterschiedliche Positionen zum Sinn aktueller Forschungsprogramme (z.B. Raumfahrt, Mobilität) und beziehen Stellung dazu.	Internet	<u>Aufgabe:</u> Recherchieren Sie, welche Forschungsprojekte in der ISS durchgeführt werden. Nennen Sie Argumente für und gegen die Raumfahrt. Ist der Aufwand für die Raumstation gerechtfertigt?
Erhaltungssätze		
… erläutern die Größen […] Arbeit, Energie, Impuls und ihre Beziehungen zueinander an unterschiedlichen Beispielen.	Anhang, S.39 - 41	Arbeiten Sie die Seiten S.39 – 41 durch (auch mit Hilfe des Internets) S.41 A1, A2, A3
… verwenden Erhaltungssätze (Energie- und Impulsbilanzen), um Bewegungszustände zu erklären sowie Bewegungsgrößen zu berechnen.	Anhang, S.42 - 43	Arbeiten Sie die Seiten S.42 – 43 durch (auch mit Hilfe des Internets). S. 43 A1, A2, (A3), (A6a))

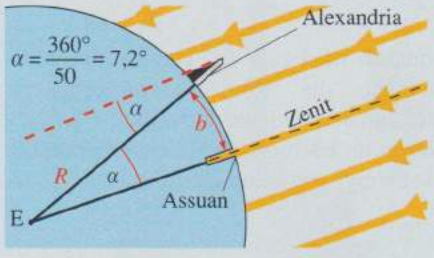
Sonstiges beigefügtes Material/Anmerkungen:

Die Aufgaben, die in der Spalte „Arbeitsaufträge/Hinweise“ in Klammern gesetzt worden sind, müssen nur von den Schülerinnen und Schülern bearbeitet werden, die das Fach Physik schriftlich gewählt haben.

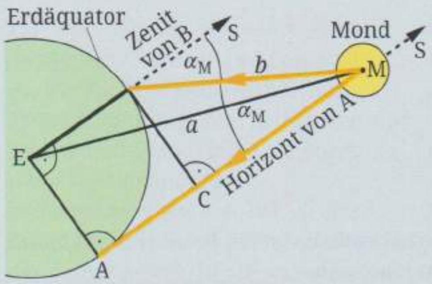
In drei Schritten zum Gravitationsgesetz

Vertiefung

Vermessung von Erde und Mond



B1 So hat ERATOSTHENES (* zwischen 276 und 273 v. Chr., † um 194 v. Chr.) den Erdradius R gemessen: Nahe *Assuan* (Südägypten) scheint die Sonne jedes Jahr bei ihrem Höchststand bis auf den Grund eines tiefen Brunnens. Sie steht für dortige Beobachter in der Verlängerung des Erdradius, im Zenit. Zur gleichen Zeit jedoch wirft nördlich davon in Alexandria ein Obelisk einen Schatten nach Norden. Mit dem dortigen Erdradius bilden die Sonnenstrahlen den Winkel $\alpha = 7{,}2°$, der $\frac{1}{50}$ des vollen Winkels 360° beträgt. Da die Strahlen der Sonne fast parallel einfallen, bilden auch die Erdradien für Assuan und Alexandria den Winkel α. Beide Orte sind $b = 800$ km voneinander entfernt. Also ist der Vollkreis (Erdumfang) 50-mal so groß. Er misst somit $U = 50 \cdot 800\text{ km} = 40\,000\text{ km}$. Der Radius R beträgt $R = U/(2\pi) = 6400$ km.



B2 Für Beobachter A geht soeben der Mond auf – zusammen mit dem Fixstern S. Beobachter B ist um $\frac{1}{4}$ des Erdumfangs entfernt. Wäre der Mond ähnlich weit entfernt wie der Stern S, so müsste er in diesem Augenblick für B genau im Zenit neben S stehen. B sieht den Mond jedoch um fast zwei Vollmondbreiten, um $\alpha_M = 0{,}967°$, von S entfernt. Aus dem rechtwinkligen Dreieck BCM ergibt sich $b = R/\sin\alpha_M = 59R$. Also ist der Mittelpunktsabstand Erde – Mond $60R$.

1. NEWTONS Mondrechnung

Wir haben schon vermutet, dass die Anziehungskraft der Sonne die für die Bewegung der Erde um die Sonne notwendige Zentripetalkraft ist. Auch der Mond bewegt sich (nahezu) auf einer Kreisbahn. In ihrem Mittelpunkt steht die Erde. Man kann daher vermuten, dass auch die Erde den Mond anzieht.

NEWTON hatte als Erster die Idee, dass die Kräfte, die Himmelskörper aufeinander ausüben, die gleiche Ursache haben wie die Gewichtskraft. Er verglich die Kraft, mit der die Erde auf den Mond wirkt, mit der Gewichtskraft, die irdische Körper erfahren.

NEWTON konnte dabei auf kluge Überlegungen aus früherer Zeit zurückgreifen. Schon lange vor NEWTON hatte man herausgefunden, dass der Abstand r der Mittelpunkte von Erde und Mond gleich dem Sechzigfachen des Erdradius R ist. Es gilt also $r = 60\,R$ → **Vertiefung**.

Die Überlegungen von NEWTON wollen wir im Prinzip nachvollziehen. Dazu betrachten wir Mondgestein ($m = 1$ kg), das auf der Mondbahn die Erde umkreist. Für diese Kreisbahn muss auf den Stein eine Zentripetalkraft $\vec{F}_z$ wirken. Aus dem Mondbahnradius r und seiner Umlaufdauer T erhält man den Betrag F_z dieser Zentripetalkraft:

$$F_Z = m \cdot \frac{v^2}{r} = m \cdot \frac{4\pi^2 r^2}{T^2 \cdot r} = m \cdot \frac{4\pi^2 r}{T^2} = m \cdot \frac{4\pi^2 \cdot 60\,R}{T^2}$$

$$= 1\text{ kg} \cdot \frac{4\pi^2 \cdot 60 \cdot 6400\text{ km}}{(27{,}3\text{ d})^2} = 0{,}00272\text{ N}.$$

Verglichen mit der Gewichtskraft 9,81 N auf der Erdoberfläche ist das eine winzige Kraft. Sie beträgt etwa 1/3600 von 9,81 N. Nun ist $3600 = 60^2$. Das kann doch kein Zufall sein! NEWTON schloss, dass die Anziehungskraft der Erde umgekehrt proportional zum Quadrat des Abstands r ist: $F \sim 1/r^2$. Der Abstand r der Körper wird dabei zwischen ihren Mittelpunkten gemessen.

Weiterhin folgerte er aus der Gleichung für die Zentripetalkraft, dass F auch proportional zur Masse m des kreisenden Körpers ist: $F \sim m$. Aus $F \sim 1/r^2$ und $F \sim m$ folgt $F \sim m/r^2$. NEWTON nannte die Kraft **Gravitationskraft**.

Stellen wir in Gedanken neben die Erde eine zweite, genau gleiche; dann dürfen wir erwarten, dass beide zusammen (doppelte Masse M) auf den Mond auch die doppelte Kraft ausüben. Die Anziehungskraft ist daher auch proportional zu der Masse M des Zentralkörpers, also $F \sim M \cdot m/r^2$. Als Proportionalitätskonstante benutzt man γ, die sogenannte **Gravitationskonstante.** Damit lautet das Gravitationsgesetz

$$F = \gamma \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}.$$

Die beiden Körper sind nun in dem Produkt $M \cdot m$ ihrer Massen gleichberechtigt vertreten; man kann M und m vertauschen. Die Erde zieht den Mond an. Gemäß actio = reactio zieht der Mond die Erde mit einer gleich großen, entgegengesetzt gerichteten Kraft an.

2. Gilt die Gravitationskraft auch für Planeten?

Wenn die Formel für die Gravitationskraft allgemeingültig ist, dann muss sie auch für Planeten → B3 gelten.
Wir prüfen an den acht Planeten unseres Planetensystems, ob die benötigte Zentripetalkraft durch die vermutete Gravitationskraft des Zentralkörpers Sonne aufgebracht wird. Hierzu müsste bei den Planeten gelten

$$\frac{4\pi^2 m \cdot r}{T^2} = \gamma \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}.$$

Formen wir den Term um, so erhalten wir

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{\gamma \cdot M}{4\pi^2} = C \quad (C \text{ ist eine Konstante}).$$

In der rechten Spalte von → T1 ist der Quotient r^3/T^2 aus den Messdaten berechnet. Wie schon der Astronom Johannes KEPLER fand, ist er für alle Planeten konstant. Wenn nicht die Sonne, sondern die Erde Zentralkörper ist, hat der Quotient einen viel kleineren Wert → T1. Dies ist nicht verwunderlich, da die Masse der Erde viel kleiner als die der Sonne ist.
Die gefundene Gleichung bewährt sich also auch bei der Anziehungskraft der Planeten durch die Sonne.

Merksatz

Gravitationsgesetz:
Körper üben aufeinander Gravitationskräfte aus. Zwei kugelsymmetrische Körper der Masse m und M, deren Mittelpunkte voneinander den Abstand r haben, ziehen sich mit der Gravitationskraft $\vec{F}$ an, für deren Betrag gilt:

$$F = \gamma \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}.$$

B3 Die Venus umkreist die Sonne.

Name	Bahnradius r in 10^6 km	Umlaufdauer T in Jahren	$C = r^3/T^2$ in $10^{18}\,\mathrm{m^3 \cdot s^{-2}}$
Merkur	57,91	0,2408	3,363
Venus	108,21	0,6152	3,362
Erde	149,60	1,0000	3,362
Mars	227,94	1,8810	3,361
Jupiter	778,34	11,8610	3,366
Saturn	1427,01	29,4560	3,363
Uranus	2869,60	84,0090	3,362
Neptun	4496,70	164,7870	3,362
Mond	0,384	0,0748	$1{,}019 \cdot 10^{-5}$
Erdsatellit	0,04215	1/366,26	$1{,}009 \cdot 10^{-5}$

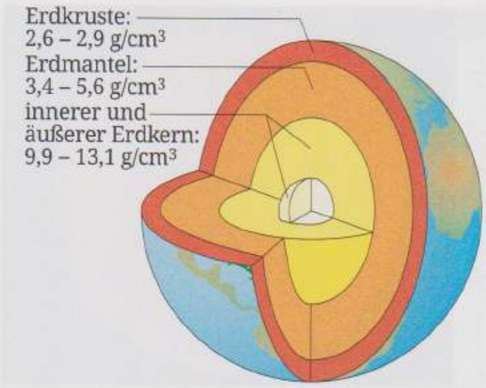
T1 Der Zentralkörper bestimmt die Konstante C.

Interessantes

Unser Planetensystem

Unser Planetensystem besteht aus einer großen Anzahl von verschiedenartigen Himmelskörpern.
Um die Sonne bewegen sich acht Planeten auf nahezu kreisförmigen Bahnen: Merkur, Venus, Erde, Mars, Jupiter, Saturn, Uranus und Neptun. Genau genommen kreisen Millionen von Planeten um die Sonne. Neben den acht großen Planeten und einigen Zwergplaneten gibt es Hunderttausende kleinerer Himmelskörper, Planetoiden oder Asteroiden genannt. Es sind unterschiedlich geformte Felsbrocken, die bis zu ein paar hundert Kilometer groß sein können.
Daneben gibt es eine Reihe von Begleitern dieser Planeten. Am bekanntesten und auch intensiv untersucht sind die Monde der großen Planeten. Wir kennen heute weit über 100 Monde in unserem Planetensystem.
Eine weitere Gruppe von Kleinkörpern stellen die Kometen dar. Sehr oft umkreisen sie die Sonne auf weiten elliptischen Bahnen, so dass sie in regelmäßigen, wenn auch sehr großen Zeitabständen auftauchen, wie dies etwa beim berühmten halleyschen Kometen der Fall ist.
Meteoroide sind die festen Teilchen in unserem Planetensystem, die zu klein sind, als dass man sie noch als Planetoiden bezeichnen könnte. Wenn ein solcher Meteorid in die Erdatmosphäre eintritt, so entsteht eine Leuchterscheinung, die als Meteor oder Sternschnuppe bekannt ist.
Der alles beherrschende Körper aber ist die Sonne. Sie enthält mehr als 99 % der Masse des ganzen Systems.

Wir verdanken es NEWTON, dass wir die Bewegungen all dieser Himmelskörper berechnen können. Ihre Be-wegungen folgen alle dem Gravitationsgesetz. So können wir heute beispielsweise voraussagen, wann ein Komet wieder in die Nähe der Erde kommen wird oder ob ein Himmelskörper droht, mit der Erde zusammenzustoßen.



B1 Die Erde besteht aus mehreren Schichten, deren Dichte von der Erdkruste bis zum Erdkern zunimmt.

A1 Berechnen Sie, wie groß die Gravitationskraft ist, die zwei Menschen mit der Masse 70 kg im Abstand von 1 m aufeinander ausüben. Bewerten Sie das Ergebnis.

A2 Geben Sie an, in welcher Höhe über dem Erdboden ein Kilogrammstück die Gewichtskraft $\frac{1}{4} \cdot 9{,}81$ N erfährt.

A3 Stellen Sie den Betrag g der Fallbeschleunigung in Abhängigkeit vom Abstand r zum Erdmittelpunkt im Bereich $R \leq r \leq 10\,R$ grafisch dar.

A4 Entnehmen Sie im Garten ein wenig Erde und ermitteln Sie die Dichte. Vergleichen Sie sie mit der mittleren Dichte der Erde von 5,5 g/cm³. Erklären Sie die Abweichung.

A5 Schätzen Sie aus den Bahndaten der Erde die Masse der Sonne ab.

A6 Die Masse des Mondes beträgt $m_M = 7{,}349 \cdot 10^{22}$ kg. Berechnen Sie die Bahngeschwindigkeit und Umlaufdauer einer Mondfähre, die den Mond im Abstand $r = 1848$ km vom Mondmittelpunkt umkreist.

A7 Bestimmen Sie den Ortsfaktor für die Mondoberfläche (Mondradius $r_M = 1738$ km, Mondmasse $m_M = 7{,}349 \cdot 10^{22}$ kg).

A8 Geostationäre Satelliten befinden sich immer über demselben Punkt der Erdoberfläche. Sie werden zum Beispiel zur Wetterbeobachtung genutzt.

a) Geostationäre Satelliten können sich nur in einer bestimmten Höhe über der Erdoberfläche bewegen. Berechnen Sie diese Höhe.

b) Begründen Sie, was physikalisch dagegen spricht, dass sich ein geostationärer Satellit über der Stadt Essen befindet.

c) Recherchieren Sie, welche Aufgaben Satelliten außer der Wetterbeobachtung wahrnehmen. In welchen Fällen nutzt man geostationäre Satelliten?

3. Bestimmung der Gravitationskonstanten

Bisher konnten wir die Gravitationskonstante γ im Gravitationsgesetz nicht angeben, da wir die Masse des Zentralkörpers, also der Erde oder der Sonne, nicht kannten. Um γ zu bestimmen, muss man ins Labor gehen und Gravitationskräfte messen, die zwischen Körpern bekannter Masse wirken. Dies gelang erst über 100 Jahre nach Entdeckung des Gravitationsgesetzes dem Engländer Henry CAVENDISH (1731–1810) → **Vertiefung**. Er ließ einen frei beweglich aufgehängten Körper mit Masse m durch einen anderen mit Masse M anziehen und ermittelte die eintretende Beschleunigung $\vec{a}$. Mit der Gleichung $F = m \cdot a$ konnte er nun den Betrag der Gravitationskraft ermitteln. Mit dem jetzt bekannten Wert von F konnte γ aus dem Gravitationsgesetz berechnet werden:

$$\gamma = \frac{F \cdot r^2}{m \cdot M} = \frac{a \cdot r^2}{M}.$$

Die Ermittlung der Gravitationskonstanten durch CAVENDISH war eine herausragende experimentelle Leistung. Auch heute noch ist die genauere Bestimmung von γ eine Herausforderung. γ ist die am wenigsten genau bestimmte Naturkonstante.

Merksatz

Der Proportionalitätsfaktor im Gravitationsgesetz heißt Gravitationskonstante γ und hat den Wert

$$\gamma = 6{,}674 \cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{s}^2}.$$

γ ist eine universelle Naturkonstante.

4. Bestimmung der Masse der Erde

Mithilfe des Gravitationsgesetzes und der Gravitationskonstanten lässt sich nun die Masse der Erde berechnen: Wir wissen, dass Körper der Masse m an der Erdoberfläche eine Kraft vom Betrag $F = m \cdot g$ erfahren. Diese Kraft, die wir bisher Gewichtskraft genannt haben, ist aber nichts anderes als die Gravitationskraft. Daher gilt:

$$m \cdot g = \gamma \cdot \frac{m \cdot M_E}{r^2}.$$

Dabei ist $r = R = 6370$ km der Erdradius. Formt man nach M_E um, so erhält man:

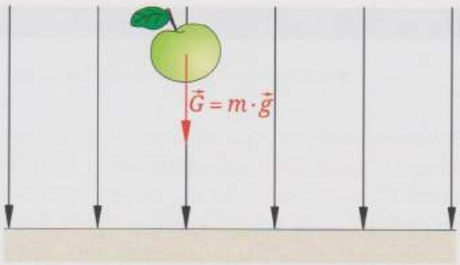
$$M_E = \frac{g \cdot R^2}{\gamma} = \frac{9{,}81\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2} \cdot (6370 \cdot 10^3)^2\ \mathrm{m}^2}{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{kg}^{-1} \cdot \mathrm{s}^{-2}}$$

$$\Rightarrow M_E = 6 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}\ (\text{genauer } 5{,}97 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}).$$

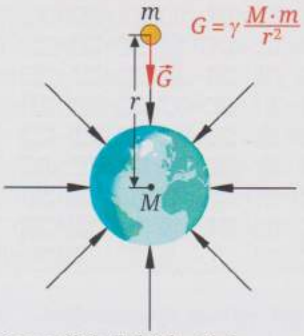
Das Volumen der Erde ist $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = 1{,}08 \cdot 10^{21}\ \mathrm{m}^3$.
Für die mittlere Dichte ρ erhält man

$$\rho = \frac{M_E}{V} = 5{,}5\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}.$$

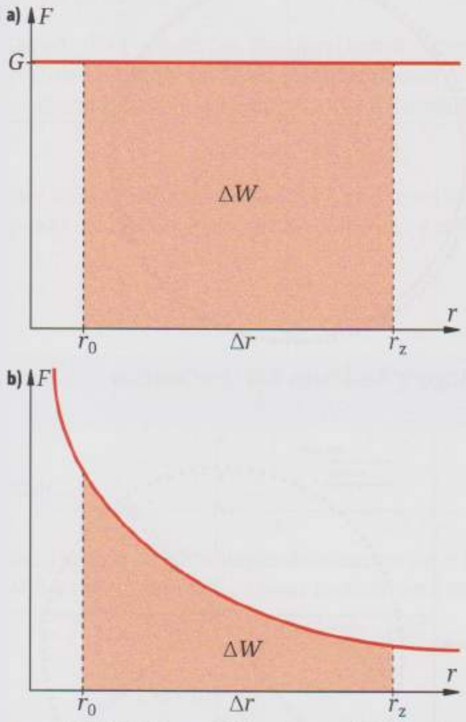
Die Dichte der uns zugänglichen oberen Gesteinsschicht liegt bei etwa 3,4 g/cm³. Geologen schreiben deshalb dem Erdinneren eine bedeutend höhere Dichte zu → **B1**. Es besteht wahrscheinlich aus Eisen und Nickel bei einem Druck von $3{,}5 \cdot 10^6$ bar.



B1 Ein Apfel fällt immer senkrecht nach unten.



B2 Das radiale Feld der Erde



B3 **a)** Bei kleinen Höhenunterschieden ist die Gravitationskraft hinreichend konstant. Die zugeführte Arbeit entspricht dem Flächeninhalt des Rechtecks im Ort-Kraft-Diagramm. **b)** Mit zunehmender Höhe nimmt die Kraft ab.

1. Wir leben in Schwerefeldern

An jeder Stelle auf unserer Erde fallen Körper senkrecht nach unten **→ B1**. Es gibt aber kein Seil, mit dem die Erde diese Kraftwirkung überträgt. Auch im Vakuum zieht die Erde jeden Gegenstand an. Einen Raum, in dem solche Kraftwirkungen auftreten, nennen wir **Gravitationsfeld.** Sie kennen bereits magnetische Felder. Dort haben wir uns Feldlinien vorgestellt, die in jedem Punkt des Feldes die Richtung angeben, in die sich der Nordpol eines kleinen Magneten ausrichtet. Die Richtung der Kraft auf den Nordpol des kleinen Magneten stimmt also mit der Richtung der Feldlinie in diesem Punkt überein.

In einem kleinen Bereich (z. B. in einem Zimmer) sind die Gewichtskräfte $\vec{G}$ hinreichend parallel zueinander. Wir zeichnen die Feldlinien daher parallel. Das Gravitationsfeld ist in diesem Bereich nahezu homogen. Damit meint man, es sei auch überall gleich „stark". Was heißt das?

Nehmen wir einen beliebigen Gegenstand mit der Masse m, also mit dem Betrag der Gewichtskraft $G = m \cdot g$. Im homogenen Feldbereich ist der Quotient $g = G/m$ konstant und für alle Körper gleich. Betrachtet man dagegen größere Bereiche, so nimmt der Quotient z. B. mit der Höhe ab; g heißt Ortsfaktor oder – wie wir jetzt sagen – **Feldstärke** des Gravitationsfeldes (vom geringen Einfluss der Zentripetalkraft wegen der Erdrotation sei abgesehen).

Im Ganzen betrachtet, ist das Gravitationsfeld der Erde nach **→ B2** *radial*, d. h. die Feldlinien zeigen überall zum Erdmittelpunkt. Nach $G = m \cdot g = \gamma \cdot m \cdot M/r^2$ nimmt die Feldstärke g wie die Gewichtskraft eines Körpers nach außen gemäß $1/r^2$ ab.

2. Mit Energie in den Himmel

Wenn wir einen Stein der Masse m vom Fußboden auf einen Tisch der Höhe Δr heben, so brauchen wir zum Heben die Arbeit $\Delta W = G \cdot \Delta r = m \cdot g \cdot \Delta r$. Der Betrag G der Gewichtsskraft und die Feldstärke g sind auf dem Weg hinreichend konstant. In einem Ort-Kraft-Diagramm entspricht diese Arbeit dem Flächeninhalt eines Rechtecks **→ B3a**. Dabei ist es egal, ob man den Stein senkrecht nach oben oder auf anderem Wege auf den Tisch hebt.

Komplizierter ist es, die Energie zu berechnen, die man braucht, um einen Satelliten in seine Umlaufbahn zu heben. Die Gravitationskraft ist nicht mehr konstant, sondern nimmt nach $F = \gamma \cdot M \cdot m/r^2$ ab **→ B3b**. Benutzen wir dieselbe Formel wie beim Hochheben des Steins mit $g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$, so erhielten wir daher einen viel zu großen Wert.

Die Herleitung in der **→ Vertiefung** ergibt, dass die zuzuführende Arbeit auch hier wegunabhängig ist und mit der Gleichung

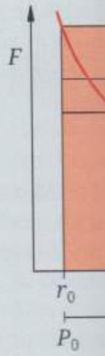
$$\Delta W = \gamma \cdot m \cdot M \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_Z} \right)$$

berechnet werden kann, wobei r_0 und r_Z die Entfernungen von Start- und Zielort zum Erdmittelpunkt sind.

Vertiefung

Herleitung

Will man
einen höh
kraft auf
Wir könn
deshalb u
sehr viele
P_2, von P
machen d
Intervalls



Beim erst
hat die K

in P_0:

$F_0 \cdot \Delta r$ g
Wert für
beit zu e
zwischen
nung ein
Es ist etw
den Betr
$F_1 = \gamma \cdot m$
daher au

ΔW_1

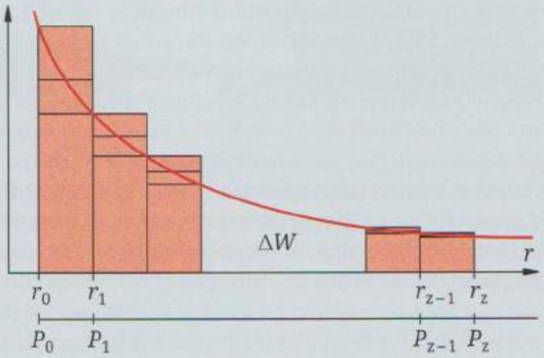
Für die A
ten wir e

A1 a) E
Gravitati
quator a
berechn
b) Berec
Zentripe
der Mas
zent der
A2 a) E
der Gesc

Vertiefung

Herleitung der Formel für die Energieberechnung im Gravitationsfeld

Will man einen Körper der Masse m vom Punkt P_0 in einen höheren Punkt P_z heben, so ist die Gravitationskraft auf dem Weg nicht konstant, sondern nimmt ab. Wir können aber nur mit konstanten Kräften rechnen, deshalb unterteilen wir die Wegstrecke von P_0 bis P_z in sehr viele Radienstücke Δr, von P_0 nach P_1, von P_1 nach P_2, von P_2 nach P_3 usw. bis hin zum Zielpunkt P_z. Wir machen dabei Δr so klein, dass F sich innerhalb eines Intervalls nur wenig ändert.



Beim ersten sich an P_0 anschließenden Stück $\Delta r = r_1 - r_0$ hat die Kraft den Betrag

$$\text{in } P_0\text{: } F_0 = \gamma \cdot m \cdot M/r_0^2, \quad \text{in } P_1\text{: } F_1 = \gamma \cdot m \cdot M/r_1^2.$$

$F_0 \cdot \Delta r$ gibt einen zu großen, $F_1 \cdot \Delta r$ einen zu kleinen Wert für die Arbeit. Um eine gute Näherung für die Arbeit zu erhalten, nehmen wir für die Kraft einen Wert zwischen F_0 und F_1. Dabei macht es die weitere Rechnung einfacher, wenn wir das Produkt $r_0 r_1$ benutzen. Es ist etwas größer als r_0^2 und etwas kleiner als r_1^2. Für den Betrag der Kraft erhalten wir so die Näherung $F_1' = \gamma \cdot m \cdot M/(r_1 \cdot r_0)$. Die zugeführte Energie beträgt daher auf dem Weg $\Delta r = r_1 - r_0$ in guter Näherung

$$\Delta W_1 = F_1' \cdot \Delta r = \frac{\gamma \cdot m \cdot M}{r_1 \cdot r_0}(r_1 - r_0) = \gamma \cdot m \cdot M\left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1}\right).$$

Für die Abschnitte r_1 bis r_2, r_2 bis r_3, ..., r_{z-1} bis r_z erhalten wir entsprechende Beiträge.

Erfreulicherweise bleiben beim Addieren nur die Terme mit den Eckwerten r_0 und r_z übrig:

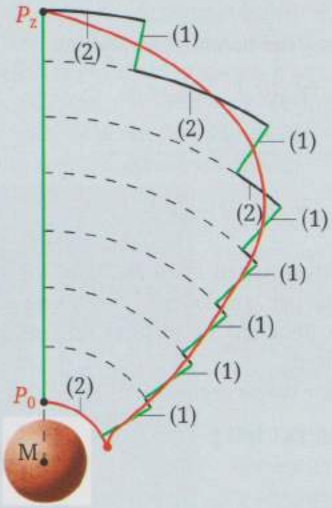
$$\Delta W = \gamma \cdot m \cdot M\left[\left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1}\right) + \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) + \ldots + \left(\frac{1}{r_{z-1}} - \frac{1}{r_z}\right)\right]$$

$$= \gamma \cdot m \cdot M \cdot \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_z}\right).$$

Die zugeführte Energie und damit die Zunahme der Höhenenergie (auch Lageenergie oder potentielle Energie genannt) ist also

$$\Delta W_{pot} = \gamma \cdot m \cdot M \cdot \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_z}\right).$$

Hebt man den Körper nicht radial hoch, sondern entlang einer gekrümmten Bahn, so zerlegt man die Kurve in kleine Stückchen entlang der Feldlinien und in Bogenstücke quer dazu. Nur längs der Feldlinien (1) muss man Energie aufbringen, auf den Querstücken (2) nicht, da die Kraft senkrecht zur Bewegungsrichtung steht. Da nur die radialen Wegstücke beitragen, muss wie bei unseren obigen Überlegungen die Summe $\Delta W_1 + ... + \Delta W_z$ gebildet werden. Das Resultat ist dasselbe wie oben.



A1 a) Erläutern Sie, wie man die Gravitationsfeldstärke g am Erdäquator aus dem Gravitationsgesetz berechnen kann.
b) Berechnen Sie, wie groß dort die Zentripetalkraft für einen Körper der Masse 1 kg ist. Wie viel Prozent der Gravitationskraft sind es?

A2 a) Bestimmen Sie den Betrag v der Geschwindigkeit und die Bewegungsenergie eines Erdsatelliten ($m = 1000$ kg), der in 1000 km Höhe eine Kreisbahn beschreibt.
b) Berechnen Sie, welche Energie man braucht, um ihn von der als ruhend gedachten Erdoberfläche in die Umlaufbahn zu bringen.
c) Begründen Sie, weshalb man Satelliten nahe am Äquator und nach Osten abschießt.

A3 Begründen Sie, dass sich der Betrag der Gravitationskraft nicht als Maß für die Stärke des Gravitationsfeldes eignet.

A4 Die Internationale Raumstation ISS kreist in etwa 350 km Höhe um die Erde. Berechnen Sie die Gravitationsfeldstärke in der Höhe der ISS und vergleichen Sie sie mit der Feldstärke an der Erdoberfläche.

Vertiefung

Festlegung des Nullniveaus

Die Energie, die man einem Körper der Masse m zuführen muss, um ihn aus einer beliebigen Entfernung r vom Erdmittelpunkt ins Unendliche zu bringen ($r_z \to \infty$), beträgt

$$\Delta W_{pot} = \gamma \cdot m \cdot M \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_z}\right) = \gamma \cdot m \cdot M \cdot \frac{1}{r}.$$

Die Festlegung des Nullniveaus fordert für die potentielle Energie W_{pot} des Körpers in der Entfernung r vom Erdmittelpunkt $W_{pot} + \gamma \cdot m \cdot M/r = 0$, also
$W_{pot} = -\gamma \cdot m \cdot M/r$.

Beispiel **Potentielle Energie eines Satelliten**

Ein Satellit ($m = 1000$ kg) soll von der Erdoberfläche ($r_0 = 6370$ km) durch eine Rakete um 6370 km, d. h. auf die Höhe $r_Z = 12\,740$ km „angehoben" werden. Wie ändert sich dabei seine potentielle Energie und welche Arbeit muss ihm zum Anheben zugeführt werden?

Lösung:
Die Änderung der potentiellen Energie ist:

$$\begin{aligned}\Delta W_{pot} &= W_{pot}(r_Z) - W_{pot}(r_0)\\ &= -\frac{\gamma \cdot m \cdot M}{r_Z} + \frac{\gamma \cdot m \cdot M}{r_0}\\ &= -\gamma \cdot m \cdot M\left(\frac{1}{2R} - \frac{1}{R}\right)\end{aligned}$$

Diese (positive) Arbeit muss man zuführen, um den Körper zu heben. Das Ergebnis stimmt mit dem uns bereits bekannten Ergebnis überein.
Einsetzen der Werte ergibt

$$\Delta W_{pot} = \mathbf{3{,}14 \cdot 10^{10}\ J.}$$

3. Wohin mit dem Nullniveau?

Wie wir wissen, ist die Höhenenergie erst festgelegt, wenn man sich auf ein Nullniveau geeinigt hat. Höhenenergie nennt man in der Physik auch **potentielle Energie.** Das Nullniveau der potentiellen Energie können wir nicht in den Erdmittelpunkt legen, denn für $r = 0$ m ist $1/r$ nicht definiert. Sehr weit von der Erde, im „Unendlichen", ist die Gravitationskraft auf jeden Körper null. Man vereinbart daher, dass dort auch die potentielle Energie ihren Nullpunkt hat. Daraus ergibt sich für die potentielle Energie in einer beliebigen Entfernung r vom Erdmittelpunkt $W_{pot} = -\gamma \cdot m \cdot M/r$ → Vertiefung.

Das hat zur Folge, dass die potentielle Energie stets negativ ist. Dies mag Ihnen seltsam erscheinen. Meistens kommt es jedoch nur auf Energiedifferenzen an. Will man einen Körper der Masse m vom Abstand r_0 auf den größeren Abstand r_Z anheben, so ist seine Energieänderung wie zu erwarten positiv, wie das → Beispiel zeigt.

Merksatz
Das Nullniveau der potentiellen Energie legt man ins Unendliche. Im radialen Schwerefeld eines Körpers der Masse M hat ein anderer Körper mit der Masse m und dem Mittelpunktsabstand r die negative potentielle Energie

$$W_{pot} = -\gamma \cdot \frac{m \cdot M}{r}.$$

4. Fluchtgeschwindigkeit

Mit unserem Wissen über die potentielle Energie im Gravitationsfeld können wir nun z. B. berechnen, mit welcher Geschwindigkeit ein Körper der Masse m von der Erdoberfläche abgeschossen werden müsste, um ins „Unendliche" zu fliegen. Dabei sehen wir von Reibung in der Atmosphäre ab.
Dem Körper muss dazu mindestens die Energie $W = \gamma \cdot m \cdot M/R$ (R = Radius der Erde) zugeführt werden. Eine Kanone müsste ihm diese Energie in einem Schuss als Bewegungsenergie $\frac{1}{2} m \cdot v^2$ geben. Hieraus folgt:

$$\frac{1}{2} m \cdot v^2 = \gamma \cdot m \cdot M/R \quad \text{oder} \quad v = \sqrt{2\gamma \cdot M/R} = 11{,}2\ \text{km/s}.$$

Man nennt 11,2 km/s die **Fluchtgeschwindigkeit** für die Erde.

A1 **a)** Eine Rakete wird senkrecht nach oben mit einer Anfangsgeschwindigkeit von $v = 100$ m/s abgeschossen. Ermitteln Sie, wie hoch die Rakete fliegt, wenn der Ausgangspunkt der Bewegung den Abstand R ($R = 6370$ km), $2R$, $10R$ vom Erdmittelpunkt hat.
b) Eine Rakete wird von der Erdoberfläche senkrecht nach oben abgeschossen. Berechnen Sie die Anfangsgeschwindigkeit, die die Rakete haben muss, um die Höhe 1000 km über der Erdoberfläche zu erreichen. (Von Reibungskräften ist abzusehen.)

A2 **a)** Ein Erdsatellit hat außer der potentiellen Energie im Gravitationsfeld der Erde auch eine Bewegungsenergie. Zeigen Sie, dass die Gesamtenergie sich durch $W = -\gamma \cdot m \cdot M/2r$ berechnen lässt.
b) Berechnen Sie die Gesamtenergie eines Satelliten der Masse 1200 kg in einer Umlaufbahn 300 km über der Erdoberfläche.
c) Durch die winzige Luftreibung verringert sich die Gesamtenergie des Satelliten. Zeigen Sie, dass dabei sein Bahnradius r sinkt und seine Geschwindigkeit v größer wird (Minuszeichen bei der Gesamtenergie beachten!).

A3 Berechnen Sie die Fluchtgeschwindigkeit für den Mond und die Sonne.

Höhenenergie und Arbeit

1. Energie ist ein Verwandlungskünstler

Der physikalische Begriff **Energie** tauchte im Unterricht zum ersten Mal auf beim Erhitzen eines Körpers: „Wenn die Temperatur eines Körpers gestiegen ist, so wurde ihm Energie zugeführt". Sein Konto **innere Energie** wurde gefüllt, das Konto **chemische Energie** des Brennstoffs wurde vermindert → **B4**. Diese Energie kann auch an einen kälteren Körper mittels der **Übertragungsform Wärme** abgegeben werden. Energie verschwindet aber nie, kann sich aber in der gesamten Umgebung verkrümeln. Nutzen kann man sie dann nicht mehr, wir sprachen von **Energieentwertung**.

Höhenenergie, Bewegungsenergie, **Spannenergie** sind weitere Energieformen mit eigenem Konto. Sie konnten als solche identifiziert werden, da sie gewandelt werden können und am Ende einer **Energieübertragungskette (EÜK)** die innere Energie eines Körpers erhöhen → **B5**.

Wenn jemand ein Auto anschiebt, wird Energie mittels Kraft längs eines Weges übertragen. Man nennt diese mechanische Übertragungsform von Energie **Arbeit**. Weitere Übertragungsformen der Energie sind **elektrische Energie** (im Stromkreis übertragen) und **Strahlung** (von der Sonne, vom Handy).

2. Arbeit und Höhenenergie haben Berechnungsterme

Im früheren Unterricht zeigte sich: Beim Hochheben eines Körpers ist die benötigte Energie proportional zur Höhe (ein Kran benötigt für die doppelte Höhe doppelt so viel Treibstoff) und proportional zur Kraft (für drei gleiche Körper könnte man drei gleiche Kräne mit dreifachem Treibstoffverbrauch nehmen). Die mit der Kraft $\vec{F}_s$ (Betrag F_s, hier G) längs ihres Verschiebungsweges s (hier h) übertragene Energie konnte definiert werden als

Arbeit $W = F_s \cdot s$.

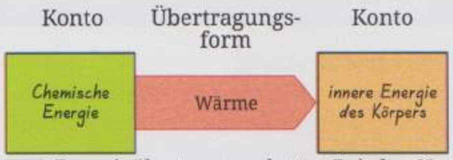
Aus der Energieerhaltung folgt: Ein Körper, der vom willkürlich festgelegten Nullniveau (NN) um die Höhe h angehoben wurde, hat gegenüber diesem Nullniveau diese Energie auf dem Konto

Höhenenergie $W_H = G \cdot h = m \cdot g \cdot h$.

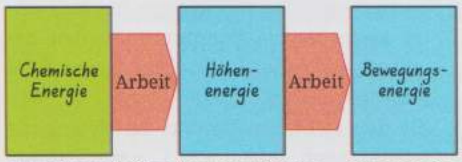
In → **B6** trägt eine Person einen Kronleuchter ($m = 7{,}5$ kg) vom Boden bis in eine Höhe von $h = 4{,}4$ m. Dazu muss die Person der Lampe Arbeit zuführen: $W = 7{,}5\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \text{N/kg} \cdot 4{,}4\ \text{m} = 324\ \text{J}$.
Diese Energie besitzt die Lampe jetzt als Höhenenergie – solange sie in dieser Höhe hängen bleibt. Fällt sie hinunter, wandelt sich ständig Höhenenergie (die Höhe nimmt ab) in Bewegungsenergie (die Geschwindigkeit nimmt zu). Unten angekommen hat sie die gesamte Energie, also 324 J, als Bewegungsenergie. Kurz darauf ist sie zersplittert und alle Energie ist entwertet.

Merksatz
Die mithilfe einer Kraft vom Betrag F_s längs eines Weges s übertragene Energie W nennt man Arbeit. Für sie gilt: $W = F_s \cdot s$.

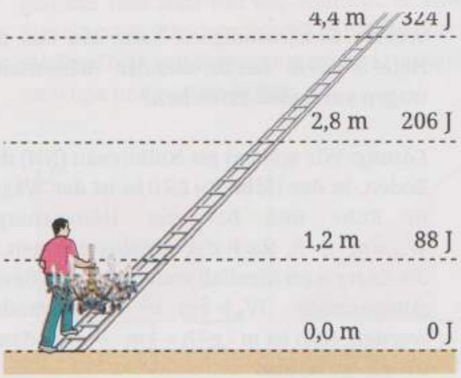
Ein angehobener Körper hat gegenüber dem vorher festgelegten Nullniveau die Höhenenergie $W_H = m \cdot g \cdot h$.



B4 Energieübertragungskette: Bei der Verbrennung wird Energie dem Konto „chemische Energie" entnommen und auf das Konto „innere Energie" des erhitzten Körpers übertragen. Die Energieübertragungsform ist Wärme, die Übertragung erfolgt allein wegen des Temperaturunterschieds.



B5 Energieübertragungskette: Chemische Energie der Muskeln des Menschen wird durch Arbeit übertragen auf Höhenenergie des Kronleuchters → **B6**. Diese wird beim Fall auf das Konto Bewegungsenergie übertragen.



B6 Höhe und Höhenenergie des Kronleuchters in verschiedenen Höhen

A1 In → **B5** endet der Vorgang nicht bei der Bewegungsenergie des Kronleuchters. Erklären Sie den weiteren Verlauf und zeichnen Sie die EÜK zu Ende.

A2 Wiederholen Sie die „goldene Regel der Mechanik". Erklären Sie am Beispiel des Flaschenzuges, warum die Arbeit beim Hochheben derselben Last unabhängig von der gewählten „Maschine" bei gleicher Höhendifferenz gleich ist.

A3 Ein Pkw ($m = 1200$ kg) und ein Lkw ($m = 12$ t) sollen gleichförmig eine Passstraße hinabrollen und dabei einen Höhenunterschied von 250 m überwinden. Warum darf der Lkw nicht so schnell fahren wie der Pkw? Erläutern Sie dies.

Methode

Kausale Strategie
Nichts geschieht ohne Ursache, die gleiche Ursache ruft die gleiche Wirkung hervor. Diese „kausale Strategie" wenden wir in der gesamten Mechanik an. Sie besagt: Kennt man den Ausgangszustand (Ort, Masse und Geschwindigkeit) eines Körpers und die Kraft, die auf ihn wirkt, so kann man den künftigen Zustand nach der Zeit Δt mit der Grundgleichung der Mechanik schrittweise mit $\overrightarrow{\Delta v} = (\vec{F} \cdot \Delta t)/m$ vorhersagen. Diese Strategie hat sich unter anderem bei Computermodellen bewährt. Auch die Gesetze des freien Falls (Beträge) $s = \frac{1}{2} g \cdot t^2$ und $v = g \cdot t$ (S. 64), die den zeitlichen Verlauf der Bewegung wiedergeben, folgen aus $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ unter Verwendung der auf den fallenden Körper wirkenden konstanten Gewichtskraft $\vec{G}$.

Beispiel **Rechnen gemäß Bilanzstrategie**

Welche Geschwindigkeit kann ein aus der Höhe $h = 25$ m herabrollender Achterbahnwagen am Boden erreichen?

Lösung: Wir wählen als Nullniveau (NN) den Boden. In der Höhe $h = 25{,}0$ m ist der Wagen in Ruhe und hat nur Höhenenergie $W_H = m \cdot g \cdot h$. Nach der Abfahrt dagegen ist die Energie im Idealfall vollkommen in Bewegungsenergie $W_B = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ umgewandelt worden. Also ist $m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ und damit $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$, also

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \, \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 25{,}0 \text{ m}} = 22{,}1 \, \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Die in der Eingangsfrage des Basistextes angegebenen 60 km/h sind aber nur

$$\frac{60 \cdot 1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 16{,}67 \, \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Offenbar ist unterwegs Energie als Wärme in die Umgebung geflossen und so der Bewegungsenergie verloren gegangen:

$$\frac{W_{B,\,ideal} - W_{B,\,real}}{W_{B,\,ideal}} = \frac{\frac{1}{2} m v_{ideal}^2 - \frac{1}{2} m v_{real}^2}{\frac{1}{2} m v_{ideal}^2}$$

$$= \frac{v_{ideal}^2 - v_{real}^2}{v_{ideal}^2} = \frac{(22{,}1 \, \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 - (16{,}67 \, \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{(22{,}1 \, \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}$$

$$= 0{,}43.$$

Das sind 43 % der ursprünglichen Energie.

1. Eine Formel für die Bewegungsenergie

Gerade gelang es uns, die Bewegungsenergie (auch **kinetische Energie** genannt) nach dem Energieerhaltungssatz aus der anfänglichen Höhenenergie zu berechnen. Nach dem Energieerhaltungssatz gilt dies immer: Wenn man die Energie eines Systems in einem beliebigen Zustand kennt, kennt man sie für alle Zustände. Dies gilt auch, wenn die Energie in anderer Form auftritt.

Trotzdem gibt es Gründe, einen Term herzuleiten, in dem die Geschwindigkeit vorkommt. Denn nicht immer kennt man die Vorgeschichte, d. h. man weiß nicht, wieviel Energie vorher zugeführt wurde, möchte aber z. B. folgende Fragen beantworten:

- Ein Auto hinterlässt eine 24 m lange Bremsspur. Wie schnell fuhr es?
- Eine Achterbahn schießt aus 25 m Höhe in die Tiefe und kommt unten (Höhe 0) mit $v = 60$ km/h an. Wie viel Prozent der als Arbeit zugeführten Energie sind als Wärme in die Umgebung geflossen?

Dies sind nur zwei Beispiele, die unsere Suche nach einem Term für die Bewegungsenergie rechtfertigen.

Zur Lösung greifen wir auf unser Anfangsbeispiel des gehobenen Kronleuchters zurück. Im Dienste der Physik soll er nun fallen – ohne Luftwiderstand. Der Kronleuchter erreiche den Boden in der Zeit t. In dieser Zeit ist er um den Weg $h = \frac{1}{2} g \cdot t^2$ gefallen und erreicht zum Schluss die Geschwindigkeit $v = g \cdot t$ (Beträge). Wir setzen diese Terme nun in den Term für die Höhenenergie ein und erhalten für die **Bewegungsenergie** W_B:

$$W_B = W_H = m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot \tfrac{1}{2} g \cdot t^2 = \tfrac{1}{2} \cdot m \cdot (g \cdot t)^2 = \tfrac{1}{2} \, m \cdot v^2.$$

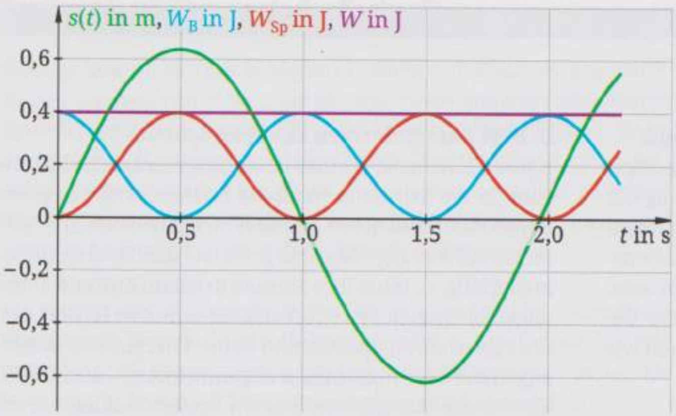
Merksatz
Ein Körper der Masse m und der Geschwindigkeit $\vec{v}$ hat die Bewegungsenergie (kinetische Energie):

$$W_B = \frac{1}{2} \, m \cdot v^2.$$

2. Werkzeuge der Physik

Eine Kombination aus energetischem Denken in Bilanzen (Höhenenergie liegt nach dem freien Fall vollständig als Bewegungsenergie vor) und einem Ergebnis der **kausalen Strategie** (→ **Methode**) lieferte uns die Formel $W_B = \frac{1}{2} m \cdot v^2$.

Mit ihr können wir nun Bewegungsenergie auch dann berechnen, wenn wir die Vorgeschichte einer Bewegung nicht kennen, also nicht den zeitlichen Ablauf oder die auf den Körper wirkende Kraft. Kennen müssen wir nur die Masse m und den Betrag v der Geschwindigkeit des Körpers. Mit dem neuen Werkzeug $W_B = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ können wir dann Energien vergleichen, bilanzieren und dabei z. B. Energielecks entdecken, wie das → **Beispiel** zeigt. Wir benutzen dabei die energetische **Bilanzstrategie**.



B1 In **→ V1** wandert die Energie ständig zwischen Spannenergie (rot) und Bewegungsenergie (blau) hin und her. Immer ist die Summe beider Energien (violett) und damit die Energie des Systems gleich groß.

3. Es gibt auch noch Spannenergie

Schon früher haben Sie erfahren, dass verformte elastische Körper Spannenergie W_{Sp} haben. Sie zählt mit der Höhenenergie W_H und der Bewegungsenergie W_B zu den mechanischen Energieformen, da zur Verformung der elastischen Körper Kräfte notwendig sind.

Bei Stahlfedern gilt das **hookesche Gesetz**, solange sie nicht überdehnt werden. Es besagt, dass Kraftbetrag F und Verlängerung s proportional sind: $F \sim s$. Der Proportionalitätsfaktor $F/s = D$ ist geräteabhängig und heißt **Federkonstante** oder Federhärte. Deren Einheit ist $[D] = 1$ N/m.

Bei konstanter Kraft längs eines Weges ist die zugeführte Arbeit $W = F_s \cdot s$. Da die Kraft hier aber nicht konstant ist **→ B2**, sondern bei der Dehnung bis zu ihrem Höchstwert steigt, ergibt sich mit Berücksichtigung des hookeschen Gesetzes für die **Spannenergie**:

$$W_{Sp} = \frac{1}{2} D \cdot s^2.$$

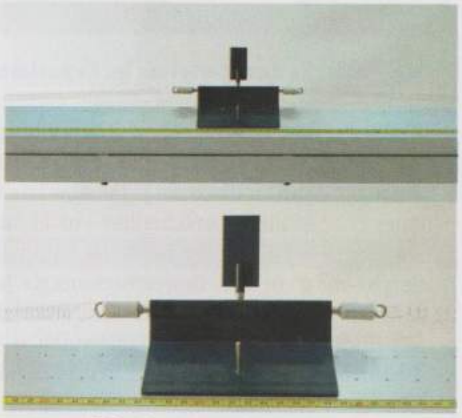
Merksatz

Bei einer Stahlfeder gilt das hookesche Gesetz: Die Verlängerung der Feder s ist dem Kraftbetrag F proportional. Für die Federkonstante D gilt: $D = F/s$. Die Einheit ist 1 N/m.

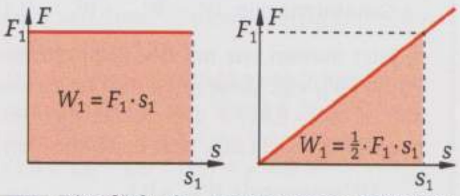
Die Energie einer Feder bei der Verlängerung um s ist:

$$W_{Sp} = \frac{1}{2} D \cdot s^2.$$

Treten Bewegungsenergie W_B und Spannenergie W_{Sp} auf wie bei einem zwischen zwei Federn hin- und her pendelnden Schlitten, muss aufgrund der Energieerhaltung für jeden Zustand der Bewegung die Gesamtenergie $W = W_B + W_{Sp}$ dieselbe sein. Voraussetzung ist, dass keine Reibung auftritt, also keine Energie in innere Energie gewandelt wird. **→ V1** bestätigt die konstante Energiesumme.



V1 Auf der horizontalen Fahrbahn ist ein Wagen zwischen zwei gedehnten Federn eingespannt. Die Federkonstante ist klein, etwa $D_1 = D_2 = 0{,}5$ N/m. Lenkt man den Wagen nach links um 0,1 m aus, wirkt die rechte Feder mit 0,05 N stärker nach rechts, die linke um 0,05 N weniger stark nach links. Die Resultierende auf den Wagen hat deshalb den Betrag 0,1 N. Dies bedeutet, dass die wirksame Federkonstante $D = 1$ N/m ist. Lenkt man nun den Wagen aus und lässt ihn los, vollführt er eine Schwingung. Ständig wechselt dabei die Energie ihre Form von Bewegungsenergie zu Spannenergie und zurück **→ B1**.



B2 Die Fläche im s-F-Diagramm entspricht der übertragenen Arbeit. Bei konstanter Kraft F_1 längs eines Weges s_1 gilt $W_1 = F_1 \cdot s_1$.
Bei der Dehnung einer Feder ist die Fläche ein Dreieck. Die Spannenergie einer gedehnten Feder ist deshalb:

$$W_1 = \frac{1}{2} F_1 \cdot s_1 = \frac{1}{2} D \cdot s_1 \cdot s_1 = \frac{1}{2} D \cdot s_1^2.$$

A1 Notieren und erläutern Sie die Terme für Höhen-, Bewegungs- und Spannenergie.

A2 Die Feder ($D = 600$ N/m) einer Spielzeugpistole wird um 5 cm eingedrückt. Berechnen Siae die Abschussgeschwindigkeit des Saugnapfpfeils ($m = 15$ g).

A3 Jemand dehnt eine entspannte Feder mit der Kraft $F_s = 2$ N um $s = 0{,}4$ m. Berechnen Sie die Federkonstante D und die der Feder zugeführte Energie. Zeichnen Sie dazu ein s-F_s-Diagramm.

Projekt

Mechanische Energieterme im Experiment

A. Ein System mit Höhen- und Bewegungsenergie

Wenn der Term $\frac{1}{2}m \cdot v^2$ für die Bewegungsenergie allgemein gilt, dann ist diese bei jeder Abwärtsbewegung mit einer Energiebilanz berechenbar – nicht nur beim freien Fall. Denn in jeder Höhe muss die Summe aus Höhenenergie $(m \cdot g \cdot h)$ und Bewegungsenergie ja gleich sein. Aus der Bewegungsenergie kann man dann die Geschwindigkeit berechnen. Im folgenden → **V1** testen wir dies an einer Pendelbewegung in drei Zuständen.

V1 a) Wir halten die Kugel ($m = 0{,}500$ kg) eines Fadenpendels mit einem Elektromagneten fest. Gegenüber der tiefsten Stellung ($h = 0$ m) wurde sie um $h_1 = 0{,}45$ m gehoben. In diesem Zustand 1 hat die Kugel die

Höhenenergie $W_{H1} = m \cdot g \cdot h_1 = 2{,}21$ J, die
Bewegungsenergie $W_{B1} = 0$ und somit die
Gesamtenergie: $W_1 = W_{H1} + W_{B1} = 2{,}21$ J.

b) Nachdem die Kugel ($d = \Delta s = 5{,}0$ cm) losgelassen worden ist, durchsetzt sie in der jetzt kleineren Höhe $h_2 = 0{,}25$ m eine Lichtschranke (Zustand 2). Wir messen eine Dunkelzeit von $\Delta t_2 = 0{,}026$ s und damit die Geschwindigkeit $v_2 = \Delta s/\Delta t_2 = 1{,}92$ m/s. Somit gilt:

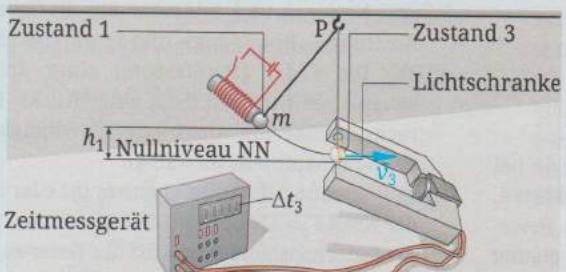
Bewegungsenergie $W_{B2} = \frac{1}{2}m \cdot v_2^2 = 0{,}92$ J
Höhenenergie $W_{H2} = m \cdot g \cdot h_2 = 1{,}23$ J
Gesamtenergie: $W_2 = W_{H2} + W_{B2} = 2{,}15$ J.

c) Jetzt messen wir mit der Lichtschranke im tiefsten Punkt ($W_H = 0$). Diese misst dort im Zustand 3 die Dunkelzeit $\Delta t_3 = 0{,}017$ s und damit die Geschwindigkeit $v_3 = \Delta s/\Delta t_3 = 2{,}94$ m/s. Jetzt lautet die Energiebilanz:

Höhenenergie $W_{H3} = 0$ J
Bewegungsenergie $W_{B3} = \frac{1}{2}m \cdot v_3^2 = 2{,}16$ J,
Gesamtenergie $W_3 = W_{H3} + W_{B3} = 2{,}16$ J.

Im Rahmen der Messgenauigkeit (→ **Methode**) gilt $W_1 = W_2 = W_3$, also das nach dem Energieerhaltungssatz zu erwartende Ergebnis. Das bedeutet:

- Der Energieterm $\frac{1}{2}m \cdot v^2$ gilt für jede Bewegung,
- mit der Bilanzstrategie lässt sich die Geschwindigkeit in einem Zustand berechnen → **A4**.



B. Drei Energieformen in einem System

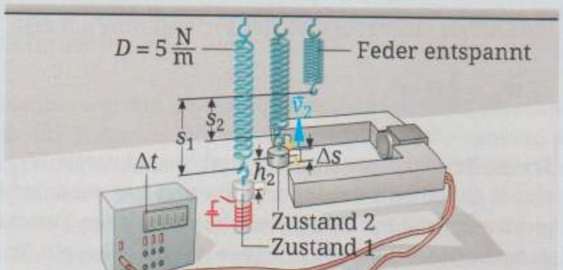
Neben Höhenenergie und Bewegungsenergie ist Spannenergie die dritte mechanische Energieform. In einem Experiment sollen nun alle drei mechanischen Energieterme auf ihre Eignung überprüft werden. Sind sie allgemeingültig, so muss ihre Summe in jedem Zustand eines abgeschlossenen Systems konstant sein. Das fordert der Energieerhaltungssatz, wenn keine Energie von außen zugeführt oder nach außen abgeführt wird – auch nicht als Wärme. Als abgeschlossenes System wählen wir in → **V2** ein Federpendel.

V2 a) An eine Feder ($D = 5{,}00$ N/m) wird ein Körper ($m = 0{,}200$ kg) aus Eisen gehängt und nach unten gezogen. Dort wird er von einem Elektromagneten festgehalten. Hierbei ist die Feder um $s = 0{,}500$ m verlängert. Wir legen in diesen Zustand 1 des Systems das Nullniveau der Höhenenergie und berechnen dort die einzelnen Energiebeträge.

	Zustand 1	Zustand 2
$W_H = m \cdot g \cdot h$	0 J	0,294 J
$W_B = \frac{1}{2}m \cdot v^2$	0 J	0,024 J
$W_{sp} = \frac{1}{2}D \cdot s^2$	0,625 J	0,306 J
$W_H + W_B + W_{Sp}$	0,625 J	0,624 J

b) Schalten wir den Magnetstrom aus, wird der Körper von der Feder nach oben gezogen. An einer beliebigen Stelle, die z. B. $h_2 = 0{,}150$ m über dem Nullniveau liegt, ist eine Lichtschranke befestigt. Ein am Körper seitlich angebrachter Flügel der Höhe $\Delta s = 0{,}020$ m unterbricht den Lichtstrahl während der Zeit $\Delta t = 0{,}041$ s. In diesem Zustand 2 beträgt die Geschwindigkeit des Körpers somit $v_2 = \Delta s/\Delta t = 0{,}488$ m/s. Die Feder ist dabei um $s_2 = s_1 - h_2 = 0{,}350$ m verlängert. Mit diesen Daten berechnen wir die Höhen-, Bewegungs- und Spannenergie im Zustand 2 → **Tabelle** ($g = 9{,}81$ m/s²).

Wir finden im Rahmen der Messgenauigkeit (→ **Methode**) wie erwartet, dass die Energiesummen $W_H + W_B + W_{Sp}$ in den Zuständen 1 und 2 gleich sind.



1. Der Energ

Energie ko
tragen wer
System (au
gie kann d
Arbeit (mi
der Tempe
elektrische

Ein Körper
Energie al
nimmt zu.
lernt und i

Ein Sonder
die Umgeb
kommt (ab
Energie de
den beim f
strecke. Äl
→ Projekt. I
ten mecha
sen. Es ist
der Energi

W = W

Merksatz
Die Summe
bungsfrei
tem konsta

W = W

Sobald ein
geführt od
Mechanik
Einbeziehu
Energieerh

Hinweis: G
tem an, da
A1 Nenne
eines abge
jeweils mi
nischen En
A2 Ein A
gegen eine
Sie, aus we
fallen müs
störende E
A3 Ein
10 m/s an e
und verlie

1. Der Energieerhaltungssatz der Mechanik

Energie kommt in verschiedenen Formen vor. Energie kann übertragen werden von einem Körper auf einen anderen oder einem System (aus z.B. mehreren Körpern) auf ein anderes System. Energie kann dabei auch gewandelt werden. Übertragungsformen sind Arbeit (mittels Kraft längs eines Weges), Wärme (allein aufgrund der Temperaturdifferenz zweier Körper), Strahlung (z. B. Licht) und elektrische Energie (über den elektrischen Stromkreis).

Ein Körper verliert Energie, wenn Reibung im Spiel ist. Dann fließt Energie als Wärme in die Umgebung und deren innere Energie nimmt zu. All diese Vorgänge haben wir früher schon kennengelernt und in Energie-Übertragungsketten → **B3** dargestellt.

Ein Sonderfall liegt vor, wenn aus einem System keine Energie in die Umgebung übertragen wird, wenn also z.B. keine Reibung vorkommt (abgeschlossenes System) und wenn zusätzlich die innere Energie des Systems sich nicht ändert. Dies kann fast erreicht werden beim freien Fall eines kompakten Körpers über eine kurze Fallstrecke. Ähnlich gelingt es bei einem geeigneten Pendel wie im → **Projekt**. In diesen Fällen wird Energie nur zwischen den drei Konten mechanischer Energieformen des gleichen Systems überwiesen. Es ist dann die Summe der drei Energien konstant und es gilt der Energieerhaltungssatz der Mechanik:

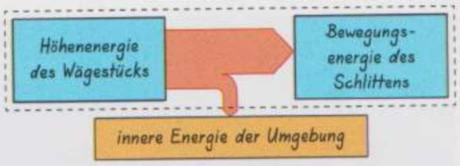
$$W = W_H + W_B + W_{Sp} = m \cdot g \cdot h + \tfrac{1}{2}\, m \cdot v^2 + \tfrac{1}{2}\, D \cdot s^2 = \text{konstant.}$$

Merksatz

Die Summe aus Höhen-, Bewegungs- und Spannenergie ist bei reibungsfrei verlaufenden Vorgängen in einem abgeschlossenen System konstant:

$$W = W_H + W_B + W_{Sp} = \text{konstant.}$$

Sobald ein System energetisch geöffnet wird, also wenn Energie zugeführt oder entnommen wird, gilt der Energieerhaltungssatz der Mechanik nicht mehr. In einem umfassenderen System, z. B. unter Einbeziehung der Umgebung, gilt aber nach wie vor der allgemeine Energieerhaltungssatz.



B3 Beispiel einer EÜK eines offenen Systems

Methode

Messgenauigkeit

In der Auswertung der Versuche im → **Projekt** wurde behauptet, dass die Ergebnisse im Rahmen der Messgenauigkeit mit der Erwartung übereinstimmten. Wie kommt man zu einer solchen Bewertung?

Dazu prüft man, wie genau jede einzelne Messgröße ermittelt werden konnte. In → **Projekt A** kommt man evtl. zu folgendem Ergebnis: Die Höhe h wird mit einer Messlatte bestimmt – Ablesegenauigkeit 2 mm von 20 cm (1,0 %). Die Masse m kann mit einer Waage auf z. B. 2 g von 500 g genau gemessen werden, aber Teile der Aufhängung werden nicht berücksichtigt (geschätzt 1 %). Der Kugeldurchmesser Δs wird mit einem Messschieber auf 1/10 mm bestimmt, aber leider läuft die Kugel nicht immer mit ihrer Mitte durch den Lichtstrahl (geschätzt 2,0 % von 5 cm). Die Messung von Δt ist recht genau, etwa 1/10000 s von 0,02 s (0,5 %).

Der relative Gesamtfehler entspricht im ungünstigsten Fall der Summe der relativen Einzelfehler. Dies wären in unserem Fall (1,0 + 1,0 + 2,0 + 0,5) % = 4,5 %.

Die Abweichungen in unserem Experiment waren (2,21–2,15) / 2,2 = 0,03 = 3 %. Die Gleichheit wurde „im Rahmen der Messgenauigkeit" nachgewiesen.

Hinweis: Geben Sie jeweils das System an, das Sie betrachten.

A1 Nennen Sie drei Beispiele eines abgeschlossenen Systems mit jeweils mindestens zwei mechanischen Energieformen.

A2 Ein Auto prallt mit 108 km/h gegen eine feste Mauer. Berechnen Sie, aus welcher Höhe es frei herabfallen müsste, um die gleiche zerstörende Energie zu bekommen.

A3 Ein Radfahrer kommt mit 10 m/s an einen Abhang, rollt hinab und verliert dabei 5 m an Höhe. Berechnen Sie die jetzt in der Ebene erreichte Geschwindigkeit.

A4 Eine Pendelkugel hat in einem bestimmten Zustand eine Bewegungsenergie von $W_B = 0{,}92$ J. Die Masse der Kugel ist $m = 0{,}5$ kg. Berechnen Sie den Betrag v der Geschwindigkeit, welche die Kugel in diesem Zustand hat → **Projekt**.

A5 Ein Auto ($m = 1000$ kg) wird von null auf 36 km/h, dann von 36 km/h auf 72 km/h beschleunigt. Diskutieren Sie, ob jeweils die gleiche Menge an Energie aus Benzin in Bewegungsenergie gewandelt wird.

A6 **a)** Welche Höhe müsste ein Wanderer ($m = 70$ kg) überwinden, um den „Brennwert" einer Scheibe Brot ($m = 40$ g) von 400 kJ [einer Tafel Schokolade mit 2400 kJ] in Höhenenergie umzusetzen?

b) Ein Lkw ($m = 5$ t) wird von 100 km/h zum Stillstand abgebremst. Berechnen Sie die Temperaturerhöhung der Bremsen (m = 10 kg; spezifische Wärmekapazität von Eisen $c = 0{,}45$ kJ/(kg · K)).